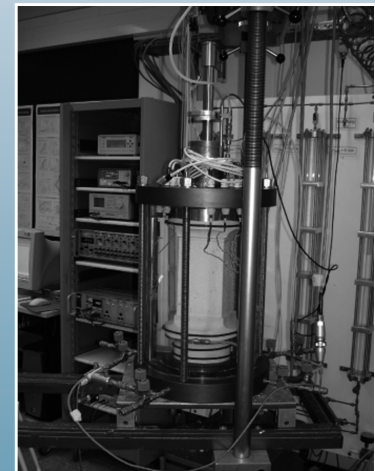
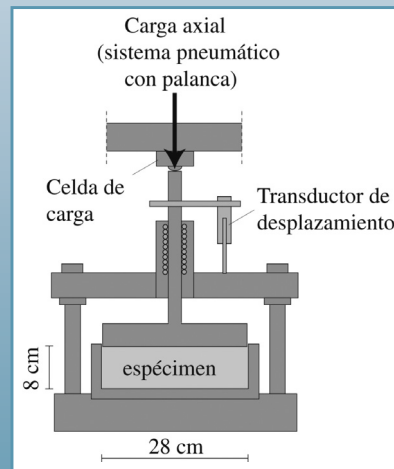
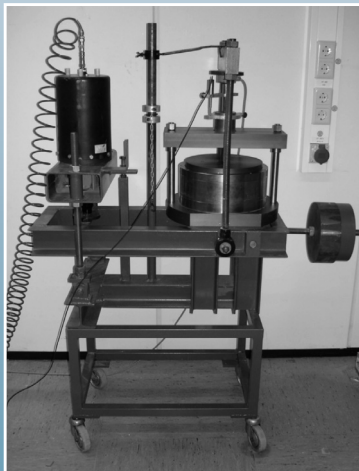


## COMPORTAMIENTO DE UN MATERIAL GRANULAR NO TRATADO EN ENSAYOS TRIAXIALES CÍCLICOS CON PRESIÓN DE CONFINAMIENTO CONSTANTE (PCC) Y VARIABLE (PCV)

*Presentado por:*  
**Hugo Alexander Rondón Quintana**

*Asesor:*  
**Prof. Dr.-Ing. Arcesio Lizcano Peláez**



## “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo”

### Presidente del Jurado



**D. JOSÉ LUIS ELVIRA MUÑOZ**

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Director Técnico de la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Fomento  
Profesor Titular de la Universidad Politécnica de Madrid  
Encomienda de la Orden del Mérito Civil, Medalla al Mérito Profesional del C.I.C.C.P. y Medalla de Oro de la Carretera

### Miembros del Jurado



**D. JORGE O. AGNUSDEI**

Doctor en Ciencias Químicas  
Presidente de la Comisión Permanente del Asfalto de Argentina  
Secretario Permanente de los Congresos Ibero-Latinoamericanos del Asfalto



**D. CÉSAR CAÑEDO-ARGÜELLES TORREJÓN**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Presidente de Prointec, S.A.  
Medalla de Honor y Medalla al Mérito Profesional del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos



**D. JOSÉ MANUEL LOUREDA MANTIÑÁN**

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Consejero de Sacyr Vallehermoso y de Repsol  
Medalla de Honor del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos



**D. JOSÉ Mª MORERA BOSCH**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Director General de la Dirección Autopistas España de Abertis  
Miembro del Comité Ejecutivo de ASETA



**D. JUAN M. OROZCO Y OROZCO**

Ingeniero Civil y Maestro en Mecánica de Suelos  
Director General de Servicios Técnicos de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes de México  
Académico de Número de la Academia de Ingeniería de México



**D. FÉLIX EDMUNDO PÉREZ JIMÉNEZ**

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Catedrático de Caminos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona (Universidad Politécnica de Cataluña)  
“Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo” en su I Convocatoria

### Secretario del Jurado



**D. JACOBO DÍAZ PINEDA**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Secretario de la Fundación de la Asociación Española de la Carretera  
Premio Fundación Corell a la Investigación en Seguridad Vial

### Comité de Valoración

**D. ALBERTO BARDESI ORÚE-ECHEVARRÍA**

Subdirector de Asfaltos de Repsol YPF Lubricantes y Especialidades, S.A.

**D<sup>a</sup> ELENA DE LA PEÑA GONZÁLEZ**

Subdirectora General Técnica de la Asociación Española de la Carretera

**D. CARLOS JOFRÉ IBÁÑEZ**

Director Técnico del Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones

**D. BERNARDO PRIETO MARTÍNEZ**

Subdirector General de Planificación de la Dirección General de Carreteras de la Consejería de Transportes e Infraestructuras de la Comunidad de Madrid

**D<sup>a</sup> MARTA RODRIGO PÉREZ**

Fundación de la Asociación Española de la Carretera

**D. JOSÉ ANTONIO SOTO SÁNCHEZ**

Director Técnico de Cepsa Productos Asfálticos, S.A.

### Fallo del Jurado de la III Edición del “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo”, adoptado en reunión celebrada en Madrid, el día 4 de octubre de 2010

«El lunes, 4 de octubre de 2010, a las 12,30 horas, se reúnen en Madrid los miembros del Jurado de la III Edición del “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo”, actuando como Presidente D. José Luis Elvira Muñoz, y como Secretario D. Jacobo Díaz Pineda.

(...)

..., tras una intensa deliberación y por acuerdo unánime del Jurado, cuyos miembros han emitido su dictamen personalmente, se acuerda otorgar el galardón como mejor trabajo de innovación en carreteras presentado a la III Edición del “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo” al original que lleva por título **Comportamiento de un material granular no tratado en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV)**, del que es autor **D Hugo Alexander Rondón Quintana**.

Asimismo, el Jurado acuerda reconocer con una Mención Especial el trabajo titulado *Red de Carreteras Paisajísticas de Cantabria*, del que son autores **D. Alberto Hilarión Valle Álvarez, D. Antonino de la Puente García, D. Víctor Manuel Revilla Conde y D. Fernando Palacio Ansola.**»

## MATERIA VIVA EN CONTINUA TRANSFORMACIÓN



**Miguel M.º Muñoz Medina**  
*Presidente de la Fundación de la Asociación Española de la Carretera (FAEC) y del Comité de Gestión del "Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo"*

Con las carreteras sucede a veces lo mismo que con tantas otras cosas que están a nuestro alrededor y constituyen un elemento más del paisaje; llevan tanto tiempo ahí que apenas logramos ser conscientes de la importancia que tienen en el devenir diario de nuestras vidas. Por ello, casi sin darnos cuenta minimizamos su importancia, relativizamos su función y, poco a poco, arrinconamos en una suerte de indiferencia cercana al olvido esa carretera que por la que transitamos a diario. Sin embargo, pese a ello, siempre nos queda la sensación de que seríamos capaces de hacer el trayecto de memoria.

Todo ello sucede porque la carretera forma parte del ADN de nuestra sociedad y ha calado en lo más profundo de nuestro ser, hasta el punto de que resulta prácticamente imposible disociar esta infraestructura de cualquier actividad humana. Las autopistas de hoy son los caminos y las veredas del ayer, las calzadas de la antigüedad. Su apariencia ha cambiado pero su esencia sigue intacta. Las carreteras están ahí fuera y a veces debemos esforzarnos por saber desde cuándo es así.

Tal vez ahí reside su innegable éxito como vías de comunicación preferente, en su extraordinaria capacidad para cambiar y adaptarse a las transformaciones que se han ido produciendo desde tiempos inmemoriales, hasta el punto de convertirse en un elemento más que forma parte indisoluble de la comunidad

a la que dan cohesión. Precisamente, su continua capacidad para reinventarse ha sido lo que ha convertido a las carreteras –como organismo vivo que son– en las arterias principales por las que discurre la materia viva que impulsa el día a día de nuestra sociedad.

Certámenes como el “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo” contribuyen a mantener con vida ese espíritu de superación y renovación de las infraestructuras viarias al que me refiero. Porque su razón de ser no es otra que favorecer el desarrollo de la tecnología y fomentar el estudio y la investigación científica en este ámbito, al tiempo que promover la innovación y la colaboración entre profesionales del mundo viario hispanohablante. Sin duda, es un ideario que encaja a la perfección con la filosofía de la entidad que organiza este certamen, la Fundación de la Asociación Española de la Carretera (FAEC), cuya presidencia tengo el honor de ostentar.

Pero este premio internacional es también el reconocimiento y el homenaje a una figura de la Ingeniería de Caminos que creyó en estos valores durante toda su vida, en el carácter inmutable pero al mismo tiempo proteico de las carreteras así como en la cooperación internacional científica y técnica. Juan Antonio Fernández del Campo y Cuevas se ha convertido por ello en una leyenda para el mundo viario español y latinoamericano. En realidad, ya lo era antes de su temprano fallecimiento en 2004, en gran medida gracias a su brillante personalidad y a su ímpetu profesional, que lo empujaban a estar siempre dispuesto a ofrecer el máximo de sus capacidades.

Como en las anteriores ediciones del premio, el nivel técnico de los originales presentados ha sido muy elevado, lo cual ha obligado a los miembros del Jurado a afinar al máximo sus evaluaciones. La labor de este grupo de destacados y prestigiosos profesionales presidido por José Luis Elvira Muñoz,

Director Técnico de la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Fomento, ha sido extraordinaria y da aún más valor al certamen.

La investigación ganadora de la III Edición de este Premio se reproduce íntegramente en las páginas de este libro. El título del trabajo es **Comportamiento de un material granular no tratado en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV)** y ha sido desarrollado por el investigador colombiano Hugo Alexander Rondón Quintana, a quien transmito mis felicitaciones por el galardón y por el excelente original que le ha hecho acreedor del mismo.

Deseo felicitar, asimismo, a los autores del trabajo titulado **Red de Carreteras Paisajísticas de Cantabria**, distinguido por el Jurado con una Mención Especial. Se trata de Alberto Hilarión Valle Álvarez, Fernando Palacio Ansola, Antonino de la Puente García y Víctor Manuel Revilla. Este proyecto ha contado desde su gestación con el respaldo del Gobierno de Cantabria a través de su Consejería de Obras Públicas y Vivienda, y constituye una prueba fehaciente de la cuidada política de carreteras que se aplica en una de las regiones españolas más privilegiadas por su extraordinario patrimonio paisajístico y natural.

Como Presidente de la Fundación de la Asociación Española de la Carretera, así como del Comité de Gestión del “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras Juan Antonio Fernández del Campo”, no puedo ni quiero terminar estas líneas sin manifestar mi más sincero agradecimiento a todas las empresas e instituciones que patrocinan y apoyan esta iniciativa desde su creación, en el año 2005. Todos ellos han creído desde un principio en este proyecto y, por ello, es de justicia reconocer su gesto uno por uno.

Me estoy refiriendo a Banco Caminos, Cepsa Productos Asfálticos y Repsol, como entidades patrocinadoras; a la Consejería de Transportes e Infraestructuras



de la Comunidad de Madrid como administración colaboradora institucional; y a Dragados, Oficemen, Acciona Infraestructuras, Eiffage Infraestructuras; Euroconsult, FCC, Ferrovial Agroman, Grupo Isolux Corsán, OHL y Sacyr, como empresas colaboradoras.

Y, por supuesto, gracias también a todos los profesionales y expertos que han aportados sus investigaciones a esta Tercera Convocatoria de nuestro Premio. Les animo a que continúen su labor científica, de gran importancia para garantizar el hoy difícil futuro de nuestras carreteras. Gracias a ustedes el fenómeno viario seguirá reinventándose, innovándose, adaptándose a los tiempos y a las necesidades de movilidad que van surgiendo. *Materia viva en continua transformación.*

*En Madrid, a 24 de noviembre de 2010*

## UN FUTURO PROMETEDOR



**José Luis Elvira Muñoz**  
Presidente del Jurado de la  
III Edición del "Premio  
Internacional a la  
Innovación en Carreteras  
Juan Antonio Fernández  
del Campo"

**"La función inherente al quehacer científico consiste en estudiar de manera sistemática y profunda la naturaleza y la sociedad para obtener nuevos conocimientos. Unos conocimientos, fuente de enriquecimiento educativo, cultural e intelectual, que generan avances tecnológicos y beneficios económicos."**

Estas líneas, extraídas de la Declaración sobre la Ciencia y el Uso del Saber Científico que fuera adoptada en la Conferencia Mundial sobre la Ciencia de julio de 1999, definen a la perfección los principios por los que se rige el "Premio Internacional a la Innovación en Carreteras *Juan Antonio Fernández del Campo*".

La ciencia, per se, supera fronteras y allega ilusiones allí donde se tambalea la esperanza. Tarde o temprano, el saber alcanza cada rincón del orbe, siendo quizá el más importante de ese pequeño puñado de elementos capaz de igualar a todos los seres humanos en la confianza de un futuro mejor. Y es precisamente esta convicción la que hoy, seis años después de su nacimiento, otorga consistencia a una iniciativa ya consolidada, con entidad y naturaleza propias: El "Premio Internacional a la Innovación en Carreteras *Juan Antonio Fernández del Campo*".

No puedo por menos que congratularme por haber formado parte de esta evolución, que ha convertido un proyecto ilusionante en una realidad tangible

y sólida, aval de un espléndido y prometedor futuro de la mano de la Fundación de la Asociación Española de la Carretera.

El “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras *Juan Antonio Fernández del Campo*” está logrando contribuir al desarrollo de la tecnología viaria en todo el mundo, fomentando el análisis del fenómeno desde una perspectiva multidisciplinar y promoviendo la definición de estrategias innovadoras que coadyuven a la mejora continuada de la Carretera, en su más amplia concepción.

Un logro que, además, revela una triple vertiente que es preciso poner de manifiesto.

Por un lado, se promueve el desarrollo científico, la investigación y la actividad innovadora dentro un ámbito geográfico amplio, internacional e interregional, en el que Norte y Sur caminan juntos.

Por otro, se fomenta el progreso de las infraestructuras viarias, claves a su vez de la articulación territorial y el acercamiento de pueblos y culturas.

Y, en tercer lugar, se impulsa el uso de la lengua castellana y la riqueza que su léxico y sus recursos lingüísticos pueden aportar a la Comunidad Científica Internacional.

Tres características que confluyen en el trabajo galardonado en esta Tercera Convocatoria con el “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras *Juan Antonio Fernández del Campo*”. Un original que, además, evidencia el significativo rol que la investigación viaria latinoamericana está llamada a desempeñar, poniendo el acento en las altas cotas que ya empiezan a perfilarse entre los expertos y profesionales al otro lado del Atlántico.

***Comportamiento de un material granular no tratado en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV)*** es su título, y su autor el Doctor Ingeniero Hugo Alexander Rondón Quintana, Investigador del Área de Geotecnia en el Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Facultad de Ingeniería de la Universidad colombiana de Los Andes.

A modo de resumen, y como se puede leer con detalle en las páginas de este volumen, en el trabajo se comparan los tipos de metodologías para el análisis y diseño de estructuras de pavimentos flexibles, las tendencias actuales y el avance de distintas herramientas informáticas en la ingeniería de pavimentos. Se discuten los alcances y las limitaciones de dichas metodologías y tendencias, enfatizando los métodos de estudio y caracterización del comportamiento de los materiales granulares que conforman las capas de base y subbase. Se describen los estudios realizados para intentar comprender el comportamiento resiliente y la resistencia a la deformación permanente que experimentan los materiales granulares bajo carga cíclica. Se discuten los factores que influyen en dicho comportamiento y se presenta la evolución de algunas de las ecuaciones matemáticas empíricas desarrolladas para predecir la rigidez y la deformación. Asimismo, se analiza la ecuación Hipoplástica para finalmente mostrar los resultados de la simulación de los ensayos triaxiales cíclicos.

El Jurado ha otorgado también una Mención Especial al original titulado ***Red de Carreteras Paisajísticas de Cantabria***, desarrollado por el equipo de investigación integrado por los expertos Alberto Hilarión Valle Álvarez, Antonino de la Puente García, Víctor Manuel Revilla Conde y Fernando Palacio Ansola. Un equipo que ha contado con el total apoyo en su labor de la Consejería de Obras Públicas y Vivienda del Gobierno de Cantabria.

Trabajos como éstos nos permiten afirmar, en suma, que el “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras *Juan Antonio Fernández del Campo*”, en su Tercera Convocatoria, ha logrado consolidarse como referencia de prestigio en el ámbito internacional de la investigación viaria.

Y como aval, la relevancia profesional de los miembros del Jurado, a quienes he tenido el honor de dirigir en el complejo proceso de selección de la Tercera Edición del Premio: Jorge O. Agnusdei, Presidente de la Comisión Permanente del Asfalto de Argentina; César Cañedo-Argüelles Torrejón, Presidente de Prointec, S.A.; José Manuel Loureda Mantiñán, Consejero de Sacyr Vallehermoso y de Repsol; José M<sup>a</sup> Morera Bosch, Director General de la Dirección Autopistas España de Abertis; Juan M. Orozco y Orozco, Director General de Servicios Técnicos de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes de México; Félix Edmundo Pérez Jiménez, Catedrático de Caminos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, y Jacobo Díaz Pineda, Secretario de la Fundación de la Asociación Española de la Carretera.

El Jurado ha contado, asimismo, con la colaboración de los miembros del Comité de Valoración, quienes ofrecen un inestimable apoyo técnico. Se trata de Alberto Bardesi Orúe-Echevarría, Subdirector de Asfaltos de Repsol YPF Lubricantes y Especialidades, S.A.; Elena de la Peña González, Subdirectora General Técnica de la Asociación Española de la Carretera; Carlos Jofré Ibáñez, Director Técnico del Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones; Bernardo Prieto Martínez, Subdirector General de Planificación de la Dirección General de Carreteras de la Consejería de Transportes e Infraestructuras de la Comunidad de Madrid; Marta Rodrigo Pérez, de la Fundación de la Asociación Española de la Carretera, y José Antonio Soto Sánchez, Director Técnico de Cepsa Productos Asfálticos, S.A.

**“En esencia, el pensamiento científico consiste en la capacidad de examinar los problemas desde distintas perspectivas y en buscar explicaciones a los fenómenos naturales y sociales, sometiéndolos constantemente a análisis críticos. La ciencia se basa, pues, en una reflexión crítica y libre (...). La cooperación entre los investigadores de todo el mundo aporta una contribución valiosa y constructiva a las relaciones pacíficas entre las diferentes naciones, sociedades y culturas.”**

Otro párrafo éste de la Declaración sobre la Ciencia y el Uso del Saber Científico que me permito traer de nuevo a colación, esta vez para referirme a quien da nombre al Premio cuyo Jurado me honro en presidir.

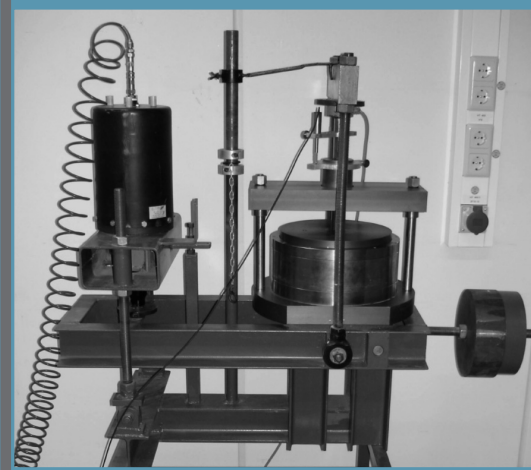
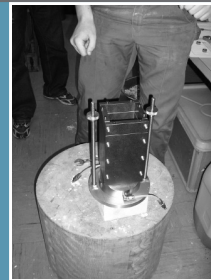
Unas palabras que bien podrían haber sido pronunciadas por nuestro querido y añorado Profesor y amigo Juan Antonio Fernández del Campo y Cuevas. A falta de pocos meses para que se cumplan siete años de su repentina desaparición, su memoria sigue viva en este Premio y, muy especialmente, en los principios que le dan forma y entidad.

Así, con su nombre y el ideal que guió su vida, el “Premio Internacional a la Innovación en Carreteras *Juan Antonio Fernández del Campo*” continuará su ya importante trayectoria, estimulando el entusiasmo científico en el sector de la Carretera, alentando los procesos de innovación, poniendo en valor el talento, favoreciendo el progreso de las infraestructuras viarias como garante del desarrollo y el bienestar, y adentrando la lengua de Cervantes en un universo de tecnicismos y neologismos hasta hora privativo del léxico anglosajón.

Un futuro prometedor nos aguarda. No duden en tomar parte.

*En Madrid, a 24 de noviembre de 2010*

# COMPORTAMIENTO DE UN MATERIAL GRANULAR NO TRATADO EN ENSAYOS TRIAXIALES CÍCLICOS CON PRESIÓN DE CONFINAMIENTO CONSTANTE (PCC) Y VARIABLE (PCV)



**Autor:**

**Hugo Alexander Rondón Quintana**

*Doctorado en Ingeniería*

*Facultad de Ingeniería*

*Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental*

*Universidad de Los Andes*

*Bogotá*

**Asesor:**

**Prof. Dr.-Ing. Arcesio Lizcano Peláez**

# Índice de contenidos

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>23</b>
1.1.-	Motivación	23
1.2.-	Objetivos y alcance	24
1.3.-	Síntesis	25
<b>2</b>	<b>Estado del conocimiento</b>	<b>27</b>
2.1.-	Generalidades	27
2.2.-	Sobre los métodos de diseño	30
2.2.1.-	<i>Caso Colombiano</i>	32
2.3.-	Ensayos sobre materiales granulares en laboratorio e in situ	36
2.4.-	Comportamiento resiliente de materiales granulares	37
2.4.1.-	<i>Módulo resiliente</i>	37
2.4.2.-	<i>Factores que influyen en el comportamiento resiliente de materiales granulares</i>	38
2.5.-	Deformación permanente en materiales granulares	39
2.5.1.-	<i>Factores que influyen sobre la resistencia a la deformación permanente</i>	39
<b>3</b>	<b>Fase experimental</b>	<b>40</b>
3.1.-	Ensayos de caracterización	40
3.2.-	Equipo triaxial	42
3.3.-	Ensayos monotónicos, parámetros Hipoplásticos y simulaciones	43
3.4.-	Ensayos triaxiales cíclicos	49
3.4.1.-	<i>Programa de ensayos</i>	49
3.4.2.-	<i>Análisis de deformación permanente</i>	52
3.4.2.1.-	<i>Análisis de ensayos PCC</i>	52

*A Dios por ser mi guía,  
a mis padres Hugo y Carmenza por su esfuerzo  
y dedicación para educarme y formarme,  
a mi hermano Danny para quien quiero ser siempre un ejemplo,  
a mi esposa Sandra Lílana por su amor y apoyo,  
a mis hijos María Valentina y David por ser la luz de mi vida  
y un agradecimiento muy especial al Ingeniero Arcesio Lizcano,  
tutor y ejemplo a seguir.*



## Índice de tablas

3.4.2.2.- Análisis de ensayos PCV .....	55
3.4.2.3.- Análisis de ensayos PCC y PCV .....	57
2.4.3.- Análisis de la respuesta resiliente .....	60
<b>4 Simulaciones empleando la ecuación Hipoplástica .....</b>	<b>62</b>
4.1.- Hipoplasticidad .....	62
4.2.- Ecuación Hipoplástica .....	62
4.2.1.- Ecuación Hipoplástica en 3D .....	62
4.3.- Extensión de la ecuación Hipoplástica para carga cíclica .....	64
4.4.- Simulación de los ensayos cíclicos empleando una ecuación Hipoplástica extendida .....	65
<b>5 Conclusiones .....</b>	<b>71</b>
<b>Referencias .....</b>	<b>74</b>

<b>2.1.</b> Peso máximo permitido, porcentaje de excedidos y peso máximo registrado de camiones tipo C2 .....	33
<b>2.2.</b> Peso máximo permitido, porcentaje de excedidos y peso máximo registrado de camiones tipo C3 .....	33
<b>3.1.</b> Resumen ensayos de caracterización .....	42
<b>3.2.</b> Resumen de los parámetros $h_s$ y $n$ determinado de 4 ensayos de compresión edométricos ( $e_{90}$ es la relación de vacíos extrapolada cuando $p = 0$ ) .....	44
<b>3.3.</b> Cálculo del parámetro $\alpha$ .....	47
<b>3.4.</b> Parámetros Hipoplásticos del material ensayado .....	48
<b>3.5.</b> Programa de ensayos triaxiales cíclicos ( $P_{min}$ = presión media mínima, $P_{max}$ = presión media máxima, $P_{med}$ = presión media promedio, $P_{ampl}$ = amplitud de la presión media, $q_{min}$ = esfuerzo desviador mínimo, $q_{max}$ = esfuerzo desviador máximo, $q_{med}$ = esfuerzo desviador promedio, $q_{ampl}$ = amplitud del esfuerzo desviador, $\eta_{ampl} = q_{ampl} / P_{ampl}$ , $e_o$ = relación de vacíos inicial, $f$ es la frecuencia de carga) .....	52
<b>4.1.</b> Valores de $z$ .....	67
<b>4.2.</b> Valores de $A$ , $B$ , $A(N)^2 + B \ln(N)$ y $\lambda$ .....	69

# Índice de figuras

2.1.	Variación de esfuerzos con respecto al tiempo cuando se aplica una carga vehicular a un pavimento	29	3.18.	Notación de la distribución del esfuerzo en los ensayos cíclicos	51
2.2.	Desarrollo de deformación permanente en experimentos del Transport Research Laboratory (TRL) en Alconbury Hill (UK)	31	3.19.	Influencia de la frecuencia de carga (f)	51
2.3.	Resultados de desplazamiento de estructuras ensayadas en un HVS	32	3.20.	a) $\epsilon_1^p$ vs. N para diferentes $q_{max}/\sigma_{3med}$ , b) $\epsilon_1^p$ vs. $q_{max}/\sigma_{3med}$ para diferentes N	53
2.4.	Relación entre el CBR y el módulo resiliente Mr	35	3.21.	3.21. a) $\epsilon_1^p$ vs. N para diferentes $q_{max}/\sigma_{3med}$ , b) $\epsilon_1^p$ vs. $q_{max}/\sigma_{3med}$ para diferentes N	53
2.5.	Carrusel de fatiga de la Universidad de Los Andes	37	3.22.	Simulación usando la ecuación (3.10). Parámetros: $a=3 \times 10^4$ , $b=0.11$ , $c=1.33$ , $d=0.066$	54
2.6.	Trayectorias de esfuerzos para el cálculo del módulo resiliente. A la izquierda se presenta la trayectoria para los ensayos PCV y a la derecha para los PCC	38	3.23.	a) $\epsilon_1^p$ vs. $q_{max}/\sigma_{3med} \cdot q_{falla}/L$ para diferentes N, b) $\epsilon_1^p$ vs. $q_{max}/\sigma_{3med} \cdot q_{falla}/L$ para diferentes N	54
2.7.	Curva típica de un ensayo triaxial cíclico sobre un material granular	38	3.24.	Simulación usando la ecuación (3.11). Parámetros: $a=8 \times 10^4$ , $b=0.283$ , $c=0.67$ , $d=0.066$	54
2.8.	Curva típica esfuerzo - deformación en un ciclo de carga y descarga	39	3.25.	a) deformación permanente de corte $\epsilon_q^p$ versus deformación permanente volumétrica $\epsilon_v^p$ , b) deformación vertical permanente $\epsilon_1^p$ versus deformación radial permanente $\epsilon_3^p$	55
3.1.	Material granular utilizado para los ensayos	41	3.26.	a) Tasa de deformación vs. deformación permanente vertical, b) Evolución de la relación de vacíos (e) con N	55
3.2.	Distribución granulométrica del material (denotado como "curva original") comparado con los valores límites de la Especificación Colombiana para Construcción de Carreteras INVIAS (2002)	41	3.27.	a) evolución de la deformación permanente vertical $\epsilon_1^p$ con $q_{max}/\sigma_{3med}$ , b) evolución de la deformación permanente volumétrica $\epsilon_v^p$ con $q_{max}/\sigma_{3med}$	56
3.3.	Resultado del Proctor modificado	41	3.28.	a) $\epsilon_1^p$ vs. N para diferentes L, b) $\epsilon_1^p$ vs. L para diferentes N	56
3.4.	Esquema del equipo triaxial utilizado	43	3.29.	a) $\epsilon_v^p$ vs. N para diferentes L, b) $\epsilon_v^p$ vs. L para diferentes N	56
3.5.	Ensayo ángulo de reposo	43	3.30.	a) $\epsilon_3^p$ vs. N para diferentes L, b) $\epsilon_1^p$ vs. $\epsilon_3^p$	56
3.6.	Edometro utilizado	44	3.31.	a) Tasa de deformación vs. deformación vertical para los ensayos PCV, b) evolución de la relación de vacíos con N	57
3.7.	Ensayo de compresión edométrico con material en estado suelto y denso (experimento y simulación utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica)	44	3.32.	Influencia de $q_{max}/\sigma_{3med}$ sobre la deformación vertical para a) diferentes N, b) $N=2 \times 10^4$	57
3.8.	a) Molde metálico fijado a la base de carga triaxial, b) compactación de la muestra con el martillo a escala	45	3.33.	a) $\epsilon_1^p$ vs. N, ensayos 1 y 2, $\eta_{med}=0.61$ , b) $\epsilon_1^p$ vs. N, ensayos 3 y 8, $\eta_{med}=0.50$ , c) $\epsilon_1^p$ vs. N, ensayos 4 y 9, $\eta_{med}=1.00$ , d) $\epsilon_1^p$ vs. N, ensayos 5 y 10, $\eta_{med}=1.23$ , e) $\epsilon_1^p$ vs. N, ensayos 6 y 11, $\eta_{med}=0.92$	58
3.9.	Vista de la muestra después de remover las caras metálicas del molde	46	3.34.	Tasa de deformación vs. deformación vertical	59
3.10.	a) Colocación de la membrana, b) Vista de la muestra con la membrana	46	3.35.	a) $\epsilon_v^p$ vs. N, ensayos 1 y 2, $\eta_{med}=0.61$ , b) $\epsilon_v^p$ vs. N, ensayos 3 y 8, $\eta_{med}=0.50$ , c) $\epsilon_v^p$ vs. N, ensayos 4 y 9, $\eta_{med}=1.00$ , d) $\epsilon_v^p$ vs. N, ensayos 5 y 10, $\eta_{med}=1.23$ , e) $\epsilon_v^p$ vs. N, ensayos 6 y 11, $\eta_{med}=0.92$	59
3.11.	a) q vs. $\epsilon_1$ en ensayo triaxial con diferentes presiones de confinamiento (experimento y simulación utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica), b) $\epsilon_v$ vs. $\epsilon_1$ en ensayo triaxial con diferentes presiones de confinamiento (experimento y simulación utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica).	46	3.36.	a) $\epsilon_q^p$ vs. $\epsilon_v^p$ , ensayos 1 y 2, $\eta_{med}=0.61$ , b) $\epsilon_q^p$ vs. $\epsilon_v^p$ , ensayos 3 y 8, $\eta_{med}=0.50$ , c) $\epsilon_q^p$ vs. $\epsilon_v^p$ , ensayos 4 y 9, $\eta_{med}=1.00$ , d) $\epsilon_q^p$ vs. $\epsilon_v^p$ , ensayos 5 y 10, $\eta_{med}=1.23$ , e) $\epsilon_q^p$ vs. $\epsilon_v^p$ , ensayos 6 y 11, $\eta_{med}=0.92$	60
3.12.	Esfuerzos últimos de falla en el plano p-q	46	3.37.	Módulo resiliente vs. $\theta_{max}$ , ensayos PCC y PCV	61
3.13.	Exponente $\beta$ evaluado bajo diferentes valores de p	48	4.1.	Simulación del ensayo triaxial cíclico No. 8 empleando la ecuación Hipoplástica con y sin deformación intergranular	64
3.14.	Comparación del comportamiento monotónico de especímenes prismáticos y cilíndricos. h es la altura de la muestra	49	4.2.	Influencia del factor f (envolvente de respuesta)	66
3.15.	Evolución del ángulo de fricción pico con la relación de vacíos en especímenes prismáticos y cilíndricos. h es la altura de la muestra	50	4.3.	Simulación de los ensayos PCC (gráficas superiores) y PCV (gráficas inferiores) empleando la ecuación (4.21)	67
3.16.	Comparación del comportamiento cíclico de especímenes prismáticos y cilíndricos	50	4.4.	a) Variación de z con L (ensayos PCV), b) Variación de z con $q_{max}/\sigma_{3med}$ (ensayos PCC).	44
3.17.	Trayectorias de esfuerzos utilizadas para los ensayos cíclicos	51	4.5.	Simulación de los ensayos PCC (gráficas superiores) y PCV (gráficas inferiores) empleando la ecuación (4.24)	45
			4.6.	a) Variación de $A(N)^2 + B \ln(N)$ con L (ensayos PCV), b) Variación de $A(N)^2 + B \ln(N)$ con $q_{max}/\sigma_{3med}$ (ensayos PCC)	69
			4.7.	a) Variación de $\lambda$ con L (ensayos PCV), b) Variación de $\lambda$ con $q_{max}/\sigma_{3med}$ (ensayos PCC).	70

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

Un pavimento debe ser diseñado de tal manera que las cargas impuestas por el tránsito no generen deformaciones permanentes excesivas. En el caso de los pavimentos flexibles estas deformaciones se producen en cada una de las capas. Los métodos de diseño de pavimentos como SHELL [1], TAI (The Asphalt Institute) [2], AASHTO (American Association of State Highway Officials) [3, 4], DMRB (Design Manual for Roads and Bridges) [5], TRL (Transportation Research Laboratory) [6], AUSTROADS [7], INVIAS (Instituto Nacional de Vías) [8] e IDU & UA (Instituto de Desarrollo Urbano y Universidad de Los Andes) [9] suponen que la mayor parte de la acumulación de la deformación permanente ocurre en la subrasante. Sin embargo, en vías donde se construyen capas asfálticas delgadas o de baja rigidez (p.e., vías de bajo tráfico) las capas granulares de base y subbase (compuestas por materiales granulares no tratados) soportan el esfuerzo aplicado casi en su totalidad y la magnitud de dichos esfuerzos puede llegar a generar valores elevados de deformación permanente. Adicionalmente diversas investigaciones realizadas sobre pistas de pruebas

han demostrado que gran parte de la deformación permanente se produce en las capas granulares. Si a lo anterior se suma que la tendencia del parque automotor en Colombia y el mundo en los últimos 30 años ha sido incrementar en número y magnitud de cargas, es evidente entonces pensar que como criterio de diseño, las metodologías empíricas o mecanicistas deben darle mayor importancia a las deformaciones que se producen en estas capas. Por otro lado, la forma para caracterizar y evaluar de manera indirecta la “calidad” de materiales granulares para base y subbase en un pavimento es por medio de la realización de ensayos empíricos los cuales no pueden predecir la rigidez y la resistencia a la deformación permanente que experimentan bajo una carga rodante (carga cíclica).

Por lo anterior la ingeniería de pavimentos ha venido desarrollando estudios para intentar comprender el complejo comportamiento elastoplástico que experimentan materiales granulares bajo diversas trayectorias de cargas cíclicas y condiciones del medio ambiente. El estado actual del conocimiento en esta área es que el comportamiento de estos materiales aún no ha sido totalmente entendido.

## 1.2. Objetivos y alcance

Una de las principales limitaciones para estudiar el comportamiento que experimentan materiales granulares en un pavimento ha sido la carencia de equipos apropiados para caracterizar su respuesta dinámica. Actualmente no existen equipos de laboratorio que puedan medir simultáneamente la influencia que tienen factores tales como la magnitud de las cargas que se mueven sobre el pavimento y la evolución en el tiempo de las condiciones ambientales.

La mayor parte de las investigaciones sobre materiales granulares en el área de los pavimentos se realizan por medio de ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC). En este ensayo solo se puede aplicar esfuerzo vertical cíclico a una muestra, y en un pavimento el esfuerzo presenta componentes vertical, horizontal y de corte. En comparación con los ensayos PCC, los ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento variable (PCV) simulan mejor el comportamiento que experimenta un material granular en un pavimento ya que puede realizar ciclos de carga en las direcciones vertical y horizontal. A pesar que el material granular en estos dos ensayos experimenta trayectorias de esfuerzo y por lo tanto comportamiento totalmente diferente, la ingeniería de pavimentos supone que la respuesta de materiales granulares (rigidez y deformación permanente) en ambos ensayos es la misma. La anterior

afirmación se basa principalmente en algunos estudios realizados en la década de los 70's donde se comparan ensayos de este tipo. Sin embargo el alcance de estos estudios no es suficiente para confirmar tal afirmación. Uno de los objetivos de este proyecto de investigación es entonces, comparar la respuesta que experimenta un material granular tipo base BG-2 [10] en estos dos tipos de ensayos. Para tal fin se diseñó una fase experimental que tuvo en cuenta los alcances y las limitaciones presentadas en estudios similares.

La mayor parte de las investigaciones en ensayos triaxiales cíclicos se realizan sobre muestras en estado seco debido a la facilidad para el cálculo de esfuerzos efectivos y a que por lo general los investigadores se han concentrado en la medición de la deformación vertical, dando poca importancia a las deformaciones radiales. Cuando es necesario calcular deformaciones radiales (principalmente para calibrar modelos volumétricos) por lo general se emplean muestras en estado saturado. A pesar que en un pavimento los materiales que conforman capas de base y subbase se encuentran parcialmente saturados, este proyecto de investigación trabajó sobre muestras saturadas debido principalmente a la facilidad para el cálculo de los esfuerzos efectivos y para poder comparar los resultados obtenidos con aquellos derivados de estudios similares reportados en la literatura de referencia.

Por otro lado, en una estructura de pavimento flexible cada eje de carga genera en las capas granulares deformaciones tanto resilientes (recuperables) como permanentes (plásticas). Sin embargo para el cálculo de esfuerzos y deformaciones, gran parte de los métodos de diseño mecánicos de pavimentos emplean ecuaciones elásticas lineales o no lineales las cuales son incapaces de predecir la evolución de la deformación permanente en el tiempo. Ecuaciones constitutivas más representativas para predecir estados de esfuerzo y deformación en este tipo de materiales son las Elastoplásticas e Hipoplásticas. Esta investigación utilizó una versión Hipoplástica con el fin de simular los resultados obtenidos de los ensayos PCC y PCV. La ecuación Hipoplástica fue utilizada debido a su fácil formulación matemática y amplia capacidad para simular el comportamiento que experimentan materiales granulares. Las versiones Hipoplásticas actuales tienen como principal limitación que no predicen de manera confiable la respuesta de materiales granulares bajo cargas cíclicas ya que la acumulación de la deformación cuando el número de ciclos de carga es alto, se sobrestima. Por tal motivo otro objetivo del presente estudio fue extender la ecuación con el fin de que pudiera predecir los resultados obtenidos de los ensayos PCC y PCV. La ecuación modificada no debe ser tenida en cuenta como una versión definitiva. Las modificaciones propuestas deben ser consideradas como una primera

aproximación para que otro estudiante del grupo de investigación las tenga en cuenta y pueda generar una versión más elegante y precisa. Los alcances y las limitaciones de la ecuación modificada son expuestos en el documento así como algunas recomendaciones para mejorarla.

## 1.3. Síntesis

En el Capítulo 2 se evidencia la motivación y el marco conceptual de la investigación. Se presentan los tipos de metodologías para el análisis y diseño de estructuras de pavimentos flexibles, las tendencias actuales y el avance de herramientas computacionales en la ingeniería de pavimentos. Se discuten los alcances y las limitaciones de dichas metodologías y tendencias, haciendo énfasis en la forma como es estudiado y caracterizado el comportamiento de materiales granulares que conforman capas de base y subbase. Basado en una amplia revisión bibliográfica se describen los estudios realizados para intentar comprender el comportamiento resiliente y la resistencia a la deformación permanente que experimentan materiales granulares bajo carga cíclica. Se discuten los factores que influyen en dicho comportamiento y se presenta la evolución de algunas de las ecuaciones matemáticas empíricas desarrolladas para predecir la rigidez y la deformación.

En el Capítulo 3 se presentan inicialmente aspectos metodológicos necesarios para entender la fase experimental del estudio tales como la descripción y caracterización del material, equipos de laboratorio y secuencias de carga entre otros. Luego se presentan los resultados de los ensayos de caracterización, monotónicos y cíclicos con su correspondiente análisis. También se presenta la forma como fueron determinados los parámetros Hipoplásticos del material y la simulación de los resultados de los ensayos monotónicos.

El Capítulo 4 inicia con una breve introducción a la ecuación Hipoplástica para luego presentar la versión extendida y los resultados de la simulación de los ensayos triaxiales cíclicos. Por último se presentan las conclusiones del estudio (Capítulo 5).

# Capítulo 2

## Estado del conocimiento

### 2.1. Generalidades

En una estructura de pavimento flexible cada eje de carga genera en las capas de base y subbase (compuestas por materiales granulares no tratados) deformaciones tanto resilientes (recuperables) como permanentes (plásticas). Sin embargo, para el cálculo de esfuerzos y deformaciones, gran parte de los métodos de diseño mecanistas de pavimentos emplean ecuaciones elásticas lineales. Suponer que el comportamiento de materiales granulares es completamente elástico conduce a una respuesta aproximada, correspondiente quizás a muy bajos niveles de esfuerzos. Además en este tipo de ecuaciones elásticas se impide considerar un módulo de rigidez del material dependiente de la magnitud del esfuerzo aplicado como lo demuestra la evidencia experimental [11-23].

Por lo anterior y con el fin de entender mejor el comportamiento de estos materiales bajo carga cíclica, la ingeniería de pavimentos ha venido desarrollando dos tipos de estudios, generalmente por separado. El primero de ellos y sobre el cual se ha realizado mayor investigación desde la década de los 60's, se concentra en el desarrollo de ecuaciones matemáticas que predigan la evolución de la deformación resiliente y

de las variables asociadas a la rigidez elástica del material (módulo resiliente  $M_r$ , módulo volumétrico  $K$  y el de cortante  $G$ ) cuando experimentan diversas trayectorias de carga cíclica. Una vez desarrollada la ecuación se introduce en ecuaciones constitutivas elásticas con el fin de predecir la deformación que experimentará la capa granular. Estas ecuaciones son conocidas como elásticas no lineales y suponen que en cada ciclo de carga la deformación permanente es pequeña comparada con la deformación resiliente. Algunas de ellas son: ecuaciones no lineales (Hicks & Monismith [15], Boyce [16], Taciroglu & Hjelmstad [24], Brown & Pell [25]), Anisotrópico no lineal elástico (Tatsuoka et al. [17], Hornych et al. [26], Tutumluer & Thompson [27], Adu-Osei et al. [28], Hicher & Chang [29]) e Hiperelástico (Hoff & Nordal [30]). El segundo tipo de estudio busca desarrollar ecuaciones matemáticas que permitan predecir la deformación permanente a partir del estado de confinamiento y del número de ciclos de carga a los cuales es solicitada una muestra en el laboratorio. Estas ecuaciones son consideradas como empíricas (p.e., Barksdale [12], Sweere [31], Lekarp et al. [32]). Algunas incluyen la influencia del esfuerzo desviador (p.e., Lashine et al. [33], Gidel et al. [34]) y otras son



basadas en la mecánica de suelos: Elastoplásticos (Wolff & Visser [35], Hicher et al. [36], Hau et al. [37], Chazallon [38], Wolff [39], Takeuchi et al. [40], Habiballah et al. [41], Habiballah & Chazallon [42]). Algunos de los modelos y los factores que afectan el comportamiento de materiales granulares son presentados en los Capítulos 2.4-2.6 del documento anexo al presente informe (tesis de doctorado [43]).

A pesar del amplio número de investigaciones en estas áreas el comportamiento elastoplástico de estos materiales aún no ha sido totalmente entendido [18, 22, 44-49]. Específicamente existe un amplio progreso en la predicción de la respuesta resiliente pero es menos exitoso en la predicción de la deformación permanente [50]. Tal vez la dificultad para intentar predecir la deformación que experimentan los materiales granulares en un pavimento se debe a las siguientes razones:

- Bajo carga cíclica la respuesta de estos materiales es fuertemente no lineal. Además bajo esfuerzos de corte ellos exhiben dilatancia y deformación tanto resiliente como permanente [45].
- La estructura del pavimento está compuesta por diferentes materiales que experimentan diferentes comportamientos bajo carga cíclica y condiciones del medio ambiente.

- Las capas asfálticas presentan un comportamiento viscoso con componentes elásticas y plásticas.
- La temperatura y humedad de las capas granulares varía en el tiempo y por lo tanto el comportamiento de dichas capas con cada repetición de carga.
- El tipo y magnitud de la carga cíclica varía constantemente y no es conocida con exactitud previa a los ensayos de laboratorio y las simulaciones computacionales. Además, las trayectorias de esfuerzos en el laboratorio son limitadas y no reproducen las reales en el pavimento (Figura 2.1, [51]).
- A pesar que los materiales granulares presentan anisotropía inherente (por la geometría de las partículas, efectos de la compactación y la gravedad), muy pocas ecuaciones constitutivas tienen en cuenta esta consideración ya que es de difícil obtención numérica y experimental.
- El tamaño máximo del agregado para conformar capas de base en pavimentos por lo general se encuentra entre 2 cm y 5 cm, requiriendo en los ensayos experimentales grandes especímenes de al menos 15 cm de diámetro.
- El comportamiento de la muestra en el laboratorio es diferente al de campo.
- En el laboratorio por lo general, el efecto de la compactación y la historia de carga durante la construcción del pavimento no se tienen en cuenta.

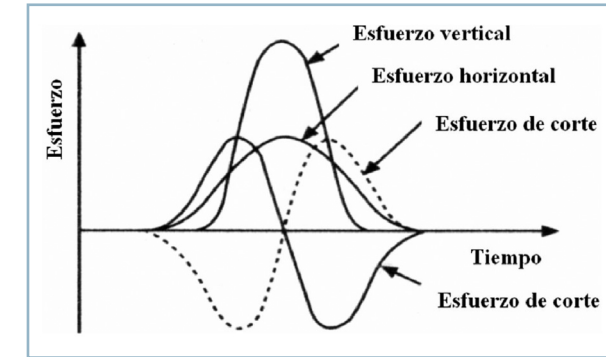


Figura 2.1.- Variación de esfuerzos con respecto al tiempo cuando se aplica una carga vehicular a un pavimento.

Tal vez un mecanismo que ayude a entender el comportamiento de estos materiales son los estudios a nivel micromecánico. Por medio de la micromecánica se podría llegar a entender como evoluciona la configuración del esqueleto granular cuando es sometido a múltiples factores (p.e., magnitud y número de carga, contenido de agua, granulometría, densidad) y mecanismos de deformación (deslizamiento, rotación, aplastamiento, desgaste y rompimiento de partículas). Lastimosamente este tipo de estudios utilizan herramientas computacionales (llamados Elementos Discretos, DEM por sus siglas en inglés) que actualmente presentan como principales limitaciones:

- Requieren de altos requerimiento de velocidad y almacenamiento de información.

- Para el caso de un pavimento donde los ciclos de carga son elevados (en algunos casos superiores a  $10^7$ ), simulaciones a nivel micromecánico no son posibles con la tecnología actual.
- Al igual que en los programas de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés), la concepción teórica de las ecuaciones que se utilizan en estos programas necesitan realizar suposiciones que simplifican la realidad.
- Generalmente solo son tenidos en cuenta como mecanismos de desplazamiento la rotación y el deslizamiento entre partículas.
- A nivel micromecánico la confrontación de los resultados numéricos de las simulaciones con la evidencia experimental es mucho más difícil que para el caso macromecánico.
- Para las simulaciones, conocer a priori las diferentes formas y tamaños de las partículas en un material granular es complejo, y el grado de complejidad aumenta cuando se debe tener en cuenta que de acuerdo a la forma como es compactado puede adquirir estructuras totalmente diferentes.
- Condiciones ambientales y contenido de finos no son tenidos en cuenta en las simulaciones.

Son muy pocos los estudios que se han realizado a nivel micromecánico en el área del comportamiento de

materiales granulares utilizados en pavimentos, en comparación con los estudios a nivel macro. Tal vez los primeros reportes sobre validación del uso de esta herramienta (DEM) para simular el comportamiento de materiales granulares son los de Cundall [52] y Cundall & Strack [53]. Mayor información de estudios a nivel micromecánico sobre materiales granulares y simulaciones en el área de los pavimentos pueden ser consultados en [54-65].

## 2.2. Sobre los métodos de diseño

Dos son los principales mecanismos de degradación que se intentan controlar en las metodologías empíricas y mecanicistas: fatiga y exceso de deformación permanente. La fatiga ocurre en las capas ligadas, y para el caso de estructuras flexibles, se presenta cuando se generan valores elevados de deformación a tracción en la zona inferior de la capa asfáltica. La deformación permanente es la deformación vertical residual que se va acumulando debido al paso de los vehículos la cual puede generar fallas estructurales o funcionales en el pavimento. En el caso de las estructuras flexibles, la deformación permanente total es la suma de la deformación producida en cada una de las capas del pavimento, pero actualmente los métodos empíricos y mecanicistas suponen que tal deformación ocurre principalmente en la capa subrasante. La anterior suposición se basa en que la subrasante es la capa

más susceptible a la deformación debido a su menor rigidez (en comparación con las otras capas del pavimento) y a una mayor probabilidad de presentar altos contenidos de agua (lo cual disminuiría su capacidad portante). Es decir, las metodologías de diseño no le dan la suficiente importancia que tienen las capas granulares en la generación de la deformación permanente, especialmente cuando se dimensionan estructuras flexibles para vías de bajo tráfico. En este tipo de pavimentos las capas asfálticas no tienen una función estructural (por lo general se construyen capas asfálticas delgadas o de baja rigidez) y las capas granulares (base y subbase) soportan casi en su totalidad las cargas rodantes. Con base en lo anterior, las metodologías de diseño de pavimento en Colombia para bajos volúmenes de tránsito deben tener en cuenta la anterior consideración ya que:

- La red de carreteras en Colombia está constituida por aproximadamente 163.000 km, las cuales se distribuyen en 16.640 km de red Primaria y 146.500 km de red Secundaria y Terciaria, es decir, gran parte de las vías del país son de bajo tráfico [66].
- “En términos generales la red secundaria y terciaria presenta un estado crítico y paulatinamente ha venido deteriorándose por la carencia de mantenimiento debido a los bajos recursos de que disponen los departamentos y la Nación para inversión en infraestructura vial” [66].

En la literatura de referencia existe amplia evidencia teórica y experimental que demuestra que las capas granulares de base y subbase contribuyen en la acumulación de la deformación permanente en pavimentos flexibles (incluso en estructuras con capas asfálticas gruesas y para vías de altos volúmenes de tránsito). Algunos ejemplos pueden ser consultados en Brown [44], Lister [67], Bonaquist [68], Little [69], Collop et al. [70], Pidwerbesky [71], Archilla & Madanat [72], Ingason et al. [73], Erlingsson [74], Erlingsson & Ingason [75]. En la Figura (2.2), se observa uno de los resultados de ensayos reportados por Lister [67] sobre una pista de prueba en Alconbury Hill (Inglaterra). La pista de prueba era circular (33.6 m de radio y 3.0 m de ancho) y se usaron diferentes ejes de carga con pesos similares a los encontrados en un pavimento. En la Figura (2.2) se puede observar que durante los tres años que duró el ensayo, la deformación permanente se acumuló en cada una de las capas del pavimento ensayado (formada por una capa asfáltica de 10 cm, 23 cm de base, 15 cm de subbase y subrasante arcillosa). La mayor parte de la deformación total se generó en la capa asfáltica y en la base granular e incluso se puede observar contribución en la deformación por parte de la subbase.

Un ejemplo más reciente es reportado por Ingason et al. [73] y Erlingsson e Ingason [75]. Ellos ensayaron

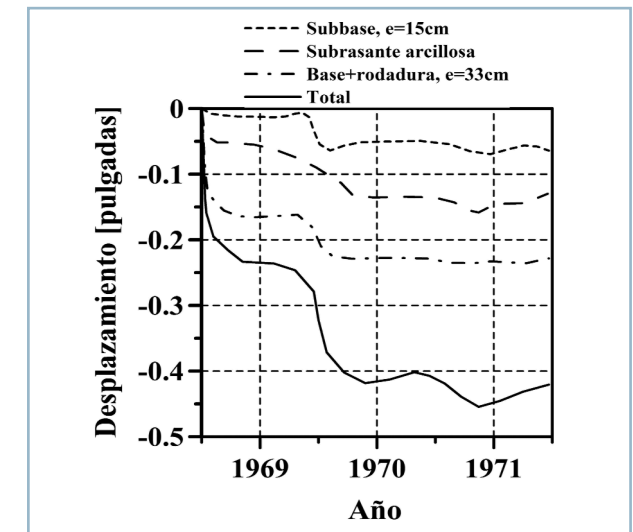


Figura 2.2.- Desarrollo de deformación permanente en experimentos del Transport Research Laboratory (TRL) en Alconbury Hill (UK).

dos estructuras de pavimento flexible típicas de Islandia (denominadas IS 02 e IS 03) en un “Simulador de Vehículo Pesado” (HVS por sus siglas en inglés). Las estructuras se diseñaron de acuerdo con el método empírico Noruego. El material de base y subbase consistió de Quarry Holabru (material granular de Islandia) y la subrasante fue una arena estándar de Finlandia. En la Figura (2.3) se presentan los resultados del estudio y se observa que la capa que experimentó mayor deformación fue la base.

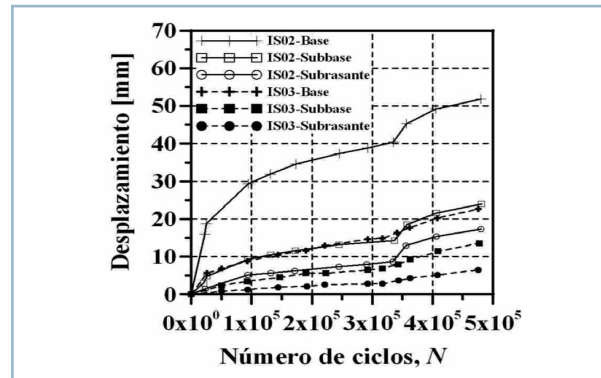


Figura 2.3.- Resultados de desplazamiento de estructuras ensayadas en un HVS.

### 2.2.1. Caso Colombiano

En Colombia el método de diseño de pavimentos flexibles del Instituto Nacional de Vías [8] es empírico. En este tipo de metodologías, cambios en el tiempo de las condiciones de tránsito o del clima de la zona de estudio pueden hacer que estos métodos pierdan confiabilidad en la predicción del dimensionamiento de pavimentos. Lo delicado de esta situación es que en Colombia las condiciones de tránsito y clima son cambiantes:

- El transporte por carretera es el sistema más utilizado de desplazamiento de carga y de pasajeros (a pesar que en los últimos años ha venido aumentando el uso del transporte aéreo). La tendencia

del parque automotor por este medio de transporte en los últimos 30 años, ha sido incrementar en número y magnitud de cargas. En general, el incremento promedio anual del tránsito es del 4.6% y la capacidad instalada del parque automotor de carga ha venido creciendo con una tasa anual promedio del 5.08% [76-78].

- Con respecto al clima, fenómenos ambientales como “El Niño” o “La Niña”, hacen que la temperatura presente variabilidad interanual de  $\pm 2^{\circ}\text{C}$  en algunas zonas del territorio nacional y que la precipitación aumente provocando períodos de lluvia de hasta dos meses más de lo normal por año [78].

El problema anterior se agrava cuando por las carreteras colombianas los pesos máximos permitidos de carga en muchas ocasiones son excedidos como se observa en las Tablas 2.1 y 2.2 [79].

Por otro lado, la forma para caracterizar materiales granulares y cuantificar la “calidad” de los mismos se realiza por medio de los siguientes ensayos del INVIAS [80]: Análisis granulométrico (INV. E-123, 124), Proctor (INV. E-141, 142), Californian Bearing Ratio - CBR (INV. E-148), desgaste en la máquina de Los Ángeles (INV. E-218, 219), índices de alargamiento y aplanamiento (INV. E-230), partículas fracturadas (INV. E-227), pérdida en Solidez (INV. E-220), equivalente de arena (INV. E-133) e índice plástico

Camión C2	Bogotá-Girardot	Ibagué - Cali	Buga - Buenaventura	Medellín - La Pintada	Santamaría - Bosconia
Muestra eje sencillo, llanta sencilla	3380	1035	2014	2615	999
Mayores al permitido (6 ton.)	8	4	3	25	5
% de excedidos	0.2	0.4	0.2	1.0	0.5
Muestra eje sencillo, llanta doble	3380	1035	2014	2615	999
Mayores al permitido (11 ton.)	1025	368	651	747	542
% de excedidos	30.3	35.6	32.3	28.6	54.3

Tabla 2.1.- Peso máximo permitido, porcentaje de excedidos y peso máximo registrado de camiones tipo C2 (Mintransporte et al., 2003).

Camión C3	Bogotá-Girardot	Ibagué - Cali	Buga - Buenaventura	Medellín - La Pintada	Santamaría - Bosconia
Muestra eje sencillo, llanta sencilla	934	586	795	678	355
Mayores al permitido (6 ton.)	123	116	132	-	82
% de excedidos	13.2	19.8	16.6	-	23.1
Muestra eje tándem, llanta doble	934	586	795	678	355
Mayores al permitido (22 ton.)	138	246	88	142	104
% de excedidos	14.8	42.0	11.1	20.9	29.3

Tabla 2.2.- Peso máximo permitido, porcentaje de excedidos y peso máximo registrado de camiones tipo C3 en cinco vías colombianas (Mintransporte et al., 2003).

(INV. E-125, 126). Estos ensayos solo pueden realizar medidas indirectas de la “calidad” del agregado pétreo y en algunos casos de la resistencia al corte bajo carga monotónica (p.e., CBR), pero no pueden predecir la rigidez y la resistencia a la deformación permanente

que experimentan estos materiales bajo una carga rodante (carga cíclica) [44, 81-82]. Los métodos de diseño suponen entonces que cumpliendo ciertos requisitos de “calidad” en los ensayos de caracterización, las capas granulares no experimentarán compor-



tamientos deficientes bajo cargas cíclicas. Sin embargo algunos estudios encontrados en la literatura de referencia ponen en duda la anterior suposición:

- Gidel et al. [83] realizaron ensayos triaxiales cíclicos sobre dos materiales granulares que presentaban desgastes elevados y no reunían ciertos parámetros empíricos de calidad exigidos por las especificaciones francesas para carreteras. Sin embargo, los valores de rigidez (variaron entre 800 MPa y 1300 MPa) y de resistencia a la deformación permanente de estos materiales fueron altos, lo cual indica que el criterio empírico basado en Los Ángeles y en otros ensayos de caracterización no son suficientes para evaluar el funcionamiento mecánico de agregados pétreos bajo carga cíclica.
- Nuñez et al. [84] basados en ensayos monotónicos, observaron que aunque los parámetros de resistencia al corte (cohesión y fricción) de diversos materiales mal gradados eran similares, su resistencia a la deformación permanente fue bastante diferente. Incluso observaron que a pesar de que uno de los materiales no gradados era superior en CBR y parámetros de resistencia al corte a los demás, experimentó mayores valores de deformación permanente.
- Investigadores como Balay et al. [85] mencionan que diversos estudios han confirmado que no existe

una relación entre el comportamiento mecánico de materiales granulares (rigidez y resistencia a la deformación permanente) y la resistencia del agregado (p.e., desgaste en la máquina de Los Ángeles y CBR).

- Kumar et al. [86] basados en los resultados de ensayos monotónicos y cíclicos sobre cuatro materiales granulares reportaron que el material con mayor CBR (60.7 %) experimentó mayores deformaciones permanentes bajo carga cíclica que los demás que presentaban inferior CBR (entre 9.1 y 47.2 %).

En el método de diseño INVIAS [8], y en general como ya se mencionó para los métodos empíricos de diseño, se supone que la deformación permanente se genera principalmente en la subrasante. En este método, la subrasante se caracteriza por medio del módulo resiliente. Como en la práctica es de difícil determinación experimental el cálculo de esta variable en la subrasante (ya sea por falta de equipos o definición acertada de trayectorias de esfuerzo), lo que se hace es correlacionarla con el valor del CBR a través de la siguiente ecuación empírica de Heukelom & Foster [87] y Heukelom & Klomp [88]:

$$M_r = 10CBR \quad (\text{para } CBR < 10\% \text{ y } M_r \text{ en MPa}) \quad (2.1)$$

Cuando se utiliza la anterior ecuación surgen múltiples incertidumbres. Una de ellas es que el ensayo de CBR

es una medida empírica indirecta de la resistencia al corte y de la rigidez del material en condiciones no drenadas que se mide bajo una carga monotónica, y en un pavimento, la carga es cíclica. Además, la magnitud del esfuerzo en un pavimento es muchos más baja que aquella que se genera en la muestra cuando se realiza el ensayo de CBR. Incluso diversas investigaciones (p.e., [31, 89-91]), no encontraron correlaciones entre el CBR y el  $M_r$ . Por otro lado, ecuaciones similares a la (2.1) se pueden encontrar en la literatura de referencia [82, 92-94] como se observa en la Figura (2.4). Por lo tanto para el caso Colombiano, donde existe variedad de composición y tipos de suelos, escoger arbitrariamente una ecuación empírica puede conducir a diseños de estructuras sub o sobredimensionadas. Otras correlaciones del módulo resiliente de subrasantes con otros factores tales como la resistencia a la compresión inconfiada, ensayos de deflectometría, clasificación del suelo, densidad y CBR pueden ser consultados en [92-98].

Pasando al caso de los materiales granulares que conforman bases y subbases, el módulo resiliente También se puede obtener por medio de múltiples ecuaciones empíricas (p.e., ecuaciones 2.2, 2.3, 2.4)

$$M_{rsubb} = M_{rsubr} [5.35 \log h + 0.62 \log M_{rsubr} - 1.56 \log M_{rsubr} \log h - 1.13] \quad (2.2)$$

$$M_{rbase} = M_{ri} [8.05 \log h + 0.84 \log M_{ri} - 2.1 \log M_{ri} \log h - 2.21] \quad (2.3)$$

$$M_{rbase} = 0.206h^{0.45} M_{ri} \quad (\text{para } 2 < \frac{M_{rbase}}{M_{ri}} < 4) \quad (2.4)$$

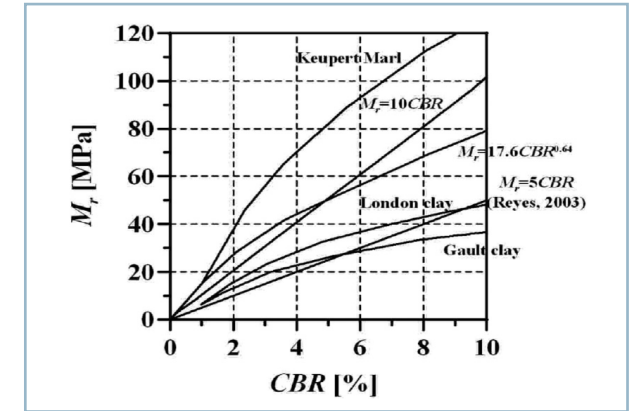


Figura 2.4.- Relación entre el CBR y el módulo resiliente  $M_r$ .

las cuales al emplearlas generan similares incertidumbres a las presentadas para el caso de la subrasante.

La ecuación (2.4) puede ser utilizada de igual forma para el cálculo del módulo de la subbase.  $M_{rbase}$ ,  $M_{rsubb}$ ,  $M_{rsubr}$  y  $M_{ri}$  son los módulos de base, subbase, subrasante y de la capa subyacente respectivamente medidos en  $\text{kg/cm}^2$ .  $h$  es el espesor en cm de la capa granular donde se quiere estimar el módulo para el caso de las ecuaciones (2.2) y (2.3), y en mm para la ecuación (2.4).

### 2.3. Ensayos sobre materiales granulares en laboratorio e in situ

La mayor parte de las investigaciones sobre materiales granulares en el área de los pavimentos se realizan por medio de ensayos con aparatos triaxiales cíclicos. Estos ensayos son de dos tipos: con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV). Los ensayos tipo PCC presentan como principales desventajas que solamente pueden simular la carga axial cíclica y por lo general se sobrestima el efecto de la presión de confinamiento. En comparación con los ensayos PCC, los ensayos PCV simulan mejor el comportamiento cíclico de las cargas rodantes ya que pueden describir tanto los esfuerzos verticales cíclicos como los horizontales. Sin embargo, ignoran el efecto del esfuerzo cortante (Figura 2.1).

En los últimos 40 años, la mayor parte de los estudios realizados sobre materiales granulares en triaxiales cíclicos se han concentrado en medir la respuesta resiliente. De forma similar se puede concluir que en comparación con los estudios de deformación permanente en ensayos tipo PCC, muy pocos estudios en ensayos PCV se han realizado. Lo anterior principalmente por:

- Con la tecnología actual, las frecuencias de carga en los ensayos PCV son bajas y consumen mucho tiempo.

- En muchos casos, la magnitud de la presión de confinamiento cíclica en los ensayos PCV es limitada a bajos valores.
- Los ensayos PCV requieren de equipos e instrumentación especial para la generación de la presión de confinamiento cíclica y la medición de la deformación axial y radial.
- En comparación con los equipos tipo PCC muy pocos del tipo PCV existen en los institutos de investigación.
- Los resultados de los ensayos en muchos casos exhiben alta dispersión.

El control en un ensayo de laboratorio, de los tres componentes de esfuerzo de la Figura (2.1) es complicado. Existen en el mundo aparatos como el triaxial verdadero que podrían reproducir estas tres componentes [99] pero no es apropiado para medir pequeñas deformaciones y existen muy pocos en el mundo. Otra alternativa es el Hollow Cylinder Apparatus [50, 99-100], en el cual una vez confinada la muestra de material a ensayar se aplica un esfuerzo axial y adicionalmente se aplica un torque generando esfuerzos cortantes sobre planos verticales y horizontales. El inconveniente de trabajar en este equipo resulta cuando se quieren estudiar granulares gruesos (como es el caso de los materiales que conforman capas de base y subbase), y al igual que el triaxial verdadero existen pocos ejemplares.

Ensayos más apropiados para describir la respuesta de estos materiales en pavimentos son los ensayos a escala real sobre pistas de prueba (p.e., Figura 2.5). Las principales desventajas de este tipo de tecnología son que requieren la construcción de estructuras costosas a escala real y de equipos e instrumentación sofisticados para la medición y cálculo de deflexiones y esfuerzos, así como para el control de la humedad en cada una de las capas del pavimento. Información adicional sobre las características y beneficios de la utilización de estos equipos se puede consultar en Metcalf [101], Brown [102], y en los "Proceedings of 2nd. International Conference on Accelerated Pavement Testing" [103-104]. Existen otros equipos utilizados para medir deflexiones in situ en un pavimento como el deflectómetro de impacto (FWD por sus siglas en inglés) y la viga Benkelman, pero por lo general son empleados para evaluación y control del funcionamiento de estructuras de pavimentos.



Figura 2.5.- Carrusel de fatiga de la Universidad de Los Andes.

### 2.4. Comportamiento resiliente de materiales granulares

#### 2.4.1. Módulo resiliente

Seed et al. (1955, citado de Garnica et al. [92]) introdujo el término módulo resiliente ( $M_r$ ) como la relación que existe entre la magnitud del esfuerzo desviador cíclico ( $q=\sigma_1-\sigma_3$ ) en compresión triaxial y la deformación axial recuperable (elástica) o resiliente ( $\epsilon_{1r}$ ):

$$M_r = \frac{q}{\epsilon_{1r}} \quad (2.5)$$

$$\nu = \frac{\epsilon_{3r}}{\epsilon_{1r}} \quad (2.6)$$

$\sigma_1$  es el esfuerzo cíclico axial,  $\sigma_3$  es la presión de confinamiento y  $\epsilon_{3r}$  es la deformación vertical resiliente. La ecuación (2.5) es aplicable cuando la presión de confinamiento se mantiene constante. Si esta presión varía, se usa la ecuación elástica generalizada de Hooke:

$$M_r = \frac{\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)\Delta(\sigma_1 + 2\sigma_3)}{\epsilon_{1r}\Delta(\sigma_1 + \sigma_3) - 2\epsilon_{3r}\Delta\sigma_3} \quad (2.7)$$

$$\nu = \frac{\Delta\sigma_1\epsilon_{3r} - \Delta\sigma_3\epsilon_{1r}}{2\epsilon_{3r}\Delta\sigma_3 - \epsilon_{1r}\Delta(\sigma_1 + \sigma_3)} \quad (2.8)$$

Para el estudio del comportamiento resiliente de materiales granulares se utilizan por lo general ensayos triaxiales cíclicos cuyas trayectorias de



esfuerzos se presentan en la Figura (2.6). Estos ensayos se realizan en dos fases: una de acondicionamiento, en la cual se aplican 20000 ciclos de carga, y luego una serie de cargas cortas (100 ciclos) con diferentes trayectorias  $q/p$  (entre 0 y 2.5). En esta última fase se miden las deformaciones resilientes necesarias para el cálculo del módulo [21]. Durante la ejecución de ensayos triaxiales cíclicos se observa que después de un cierto número de ciclos de carga el material tiende a poseer casi en su totalidad deformaciones resilientes (debido principalmente a la densificación del material como se observa en la Figura 2.7, [51]). En este punto el módulo que se obtiene llega a ser aproximadamente constante y se supone que el comportamiento del material es elástico.

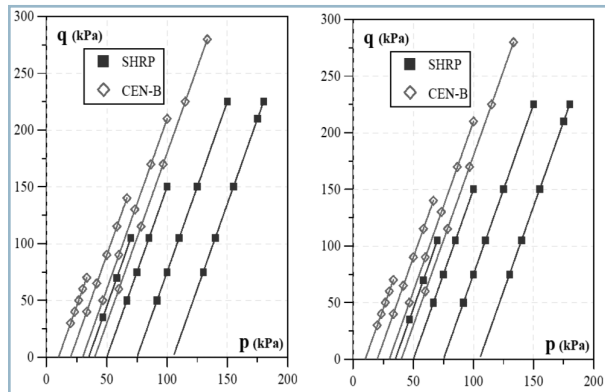


Figura 2.6.- Trayectorias de esfuerzos para el cálculo del módulo resiliente. A la izquierda se presenta la trayectoria para los ensayos PCV y a la derecha para los PCC.

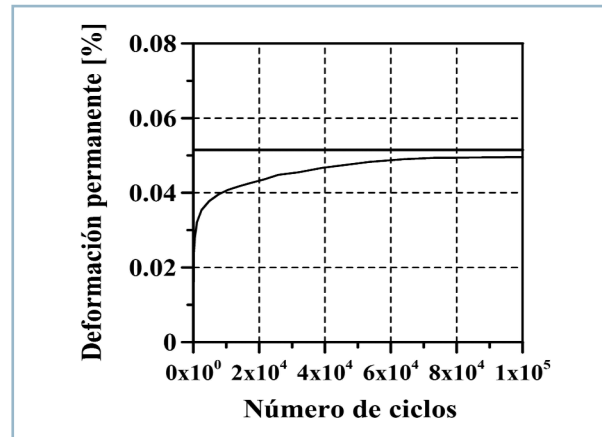


Figura 2.7.- Curva típica de un ensayo triaxial cíclico sobre un material granular.

Es a este módulo constante al que se le denomina módulo resiliente.

#### 2.4.2. Factores que influyen en el comportamiento resiliente de materiales granulares

La mayor parte de las investigaciones realizadas sobre materiales granulares han demostrado que el módulo resiliente depende principalmente de la magnitud del esfuerzo aplicado. Otros factores que lo afectan son: el contenido de agua, la densidad, el número, duración y frecuencia de cargas cíclicas, el tipo de ensayo, la gradación, naturaleza mineralógica y contenido de finos del material, el tamaño máximo

y la forma de las partículas sólidas. En el Capítulo 2.4 del documento anexo al presente informe (tesis de doctorado [43]) se presenta el estado del conocimiento sobre los factores que afectan la respuesta resiliente de materiales granulares no tratados. Así mismo se presentan las ecuaciones más utilizadas para intentar predecir la evolución del módulo resiliente.

#### 2.5. Deformación permanente en materiales granulares

Cuando a un material granular se inducen ciclos de carga y descarga parte de la deformación total ( $\epsilon_T$ ) que se genera es recuperada (deformación resiliente,  $\epsilon_r$ ). Aquella deformación que no se recupera se acumula con cada repetición del ciclo y se le denomina deformación permanente ( $\epsilon_p$ ) (Figura 2.8). En un pavimento estas deformaciones generan hundimientos o desplazamientos que en exceso pueden generar fallas funcionales y/o estructurales.

##### 2.5.1. Factores que influyen sobre la resistencia a la deformación permanente

La resistencia a la deformación permanente de materiales granulares se afecta principalmente por la magnitud e historia de esfuerzo aplicado al material y en segunda instancia por los siguientes factores: contenido de agua, densidad, número y frecuencia

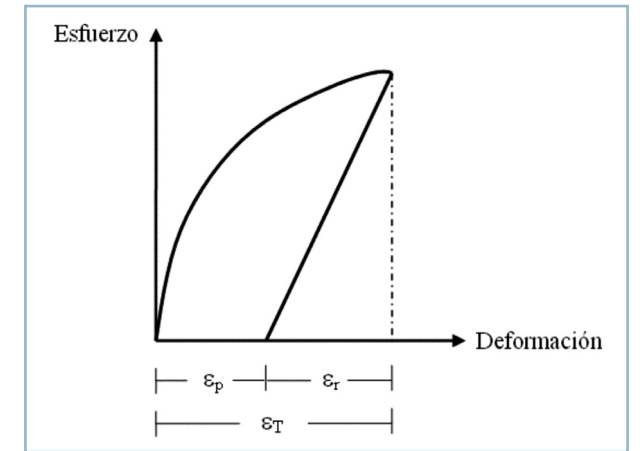


Figura 2.8.- Curva típica esfuerzo - deformación en un ciclo de carga y descarga.

de carga, contenido de finos, gradación y naturaleza del agregado pétreo. En el Capítulo 2.5 del documento anexo al presente informe (tesis de doctorado [43]), se presenta un estado del conocimiento sobre la influencia de cada uno de estos factores sobre la resistencia a la deformación permanente de materiales granulares no tratados utilizados en pavimentos. Así mismo, se presentan las ecuaciones más utilizadas para intentar predecir la acumulación de las deformaciones permanentes. Adicionalmente en el documento anexo se describe la aplicación del concepto del Shakedown en pavimentos (Capítulo 2.6).

# Capítulo 3

## Fase experimental

La fase experimental se divide en dos etapas. La primera corresponde a los ensayos de caracterización y resistencia mecánica del material bajo carga monotónica. Con los resultados de esta fase también se obtienen los parámetros necesarios para realizar las simulaciones utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica. En una segunda fase se realizaron los ensayos triaxiales cíclicos drenados tipo PCC y PCV para medir y comparar el comportamiento que experimenta el material granular en estos ensayos. Todos los ensayos fueron realizados en los laboratorios del Instituto de Mecánica de Suelos y de Cimentaciones de la Ruhr Universität Bochum en Alemania.

A continuación se mencionan los ensayos de caracterización realizados al material, los cuales fueron ejecutados siguiendo las Normas de Ensayos de Materiales para Carreteras del Instituto Nacional de Vías [80]:

- Análisis granulométrico de agregados gruesos y finos (INV E – 213).
- Peso específico (INV E – 222, 223).
- Porcentaje de partículas fracturadas (INV E – 227).
- Índice de alargamiento y aplanamiento (INV E – 230).

- Índice de plasticidad (IP) (INV E – 125, 126).
- Ensayo Proctor modificado (INV E – 142).

Los ensayos realizados para la obtención de los parámetros Hipoplásticos fueron:

- Ángulo de reposo.
- Densidad máxima y mínima seca del material ( $\gamma_{dmax}$ ,  $\gamma_{dmin}$  respectivamente) de acuerdo a la norma Alemana DIN 18126.
- Edométricos en estado suelto y denso.
- Triaxial monotónico en estado denso.

### 3.1. Ensayos de caracterización

El material granular utilizado para los ensayos (Figura 3.1) está formado básicamente por partículas sub-angulares de cuarzo. La granulometría utilizada en los ensayos es acorde a la exigida por las especificaciones colombianas para la conformación de bases granulares tipo BG-2 en pavimentos flexibles [10] (ver Figura 3.2), excepto por el tamaño máximo de partícula ( $d_{max}$ ) requerido. El  $d_{max}$  se redujo a 16 mm con el fin de que la relación entre la longitud de la sección transversal ( $b$ ) de las muestras en el ensayo

triaxial y  $d_{max}$  ( $b/d_{max}$ ) fuera mayor a 5 (valor requerido por la especificación Alemana DIN 18 137 para el caso de materiales bien gradados). El diámetro medio de partícula ( $d_{50}$ ) es 6.3 mm y el coeficiente de uniformidad ( $C_u=d_{60}/d_{10}$ ) es 100. El peso específico del material ( $\rho_s$ ) es de 2.65 g/cm<sup>3</sup> y se utilizó un picnómetro para su determinación. Con base en la especificación Alemana DIN 18 126, la máxima densidad seca del material ( $\gamma_{dmax}$ ) es de 2.16 g/cm<sup>3</sup> (determinada en una mesa vibratoria) y la mínima ( $\gamma_{dmin}$ ) de 1.84 g/cm<sup>3</sup>. Con los anteriores valores se obtuvieron las relaciones de vacíos mínima ( $e_{min}=0.225$ ) y máxima ( $e_{max}=0.444$ ) del material.

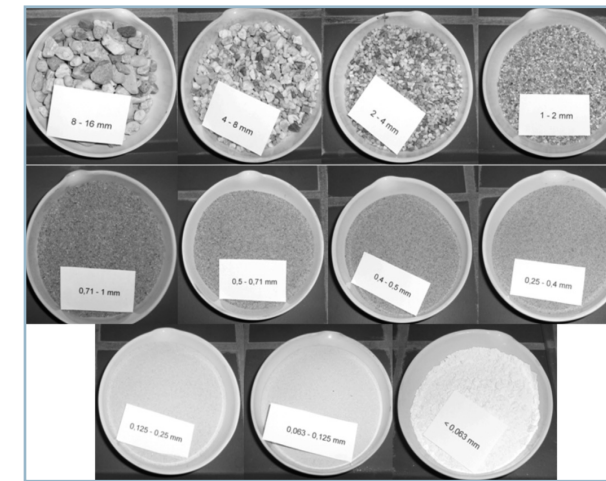


Figura 3.1.- Material granular utilizado para los ensayos.

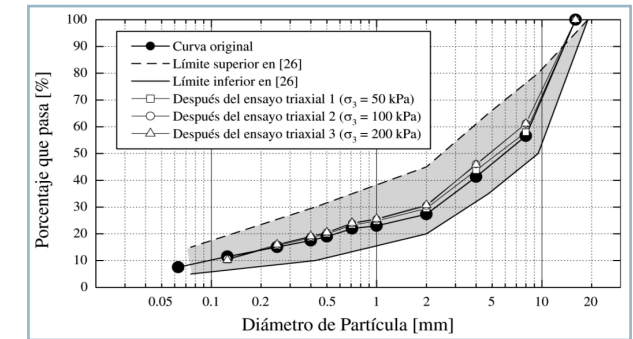


Figura 3.2.- Distribución granulométrica del material (denotado como "curva original") comparado con los valores límites de la Especificación Colombiana para Construcción de Carreteras INVIAS (2002).

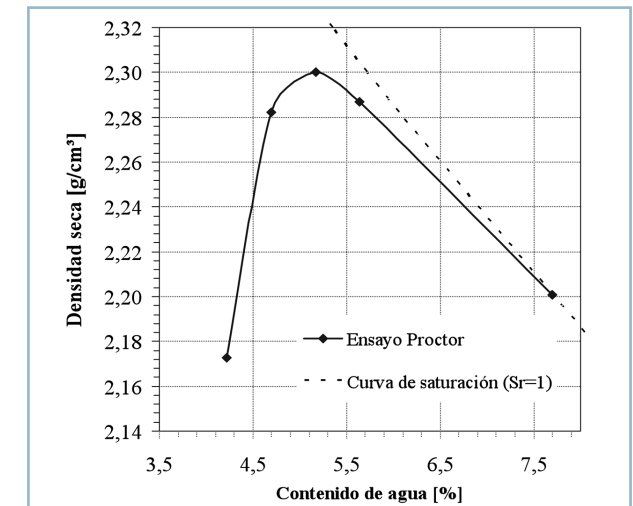


Figura 3.3.- Resultado del Proctor modificado.

La Figura (3.3) presenta los resultados del ensayo Proctor modificado. El contenido óptimo de agua fue del 5.2% y la densidad seca máxima ( $\gamma_{dmax,Pr}$ ) fue de  $2.30 \text{ g/cm}^3$ . Este porcentaje de agua fue el utilizado para la elaboración de las muestras de los ensayos triaxiales monotónicos y cíclicos.

En la Tabla 3.1 se presenta de manera resumida los resultados de los ensayos de caracterización realizados al material.

Propiedad índice	Valor
$d_{max}$ (mm)	16
$d_{50}$ (mm)	6,3
$C_u$	100
$\rho_s$ ( $\text{g/cm}^3$ )	2.65
$\gamma_{dmax}$ ( $\text{g/cm}^3$ )	2.65
$\gamma_{dmin}$ ( $\text{g/cm}^3$ )	2.65
$e_{max}$	0.44
$e_{min}$	0.225
$\gamma_{dmax,Pr}$ ( $\text{g/cm}^3$ )	2.65
Índice de alargamiento (%)	29
Índice de aplanamiento (%)	33
Índice de plasticidad - IP (%)	No plástico
Partículas fracturadas (%)	70

Tabla 3.1.- Resumen ensayos de caracterización.

### 3.2. Equipo triaxial

Los ensayos triaxiales con carga monotónica y cíclica se realizaron utilizando el mismo equipo. Un esquema del equipo triaxial se presenta en la Figura (3.4). Una característica especial del equipo es la localización de la celda de carga para medir la magnitud de la carga vertical. Esta celda es colocada debajo de la base de la muestra en un espacio libre al cual no entra el agua. La carga vertical aplicada a la muestra es transmitida a la celda de carga por medio de una barra rígida conectada al pedestal y se mueve empleando un sistema de rodamiento. El pistón y la placa de carga son guiados por un sistema de rodamiento el cual se mueve rígidamente con el fin de prevenir la inclinación del sistema durante el proceso de carga.

Para evitar fricción entre la muestra y la placa de carga se aplica una película de grasa entre estos elementos. La muestra es sellada con una membrana de látex de 0.6 mm de espesor. Para el análisis de los ensayos, la deformación vertical se corrige teniendo en cuenta la deformación elástica de la membrana. Para tal fin se realiza un ensayo preliminar sobre una muestra de acero. La forma como fue compactada la muestra y el procedimiento de colocación es presentado en el Capítulo 3.3.

La deformación vertical se mide usando un transductor de desplazamiento el cual está unido al pistón de carga por fuera de la cámara triaxial. Para medir los

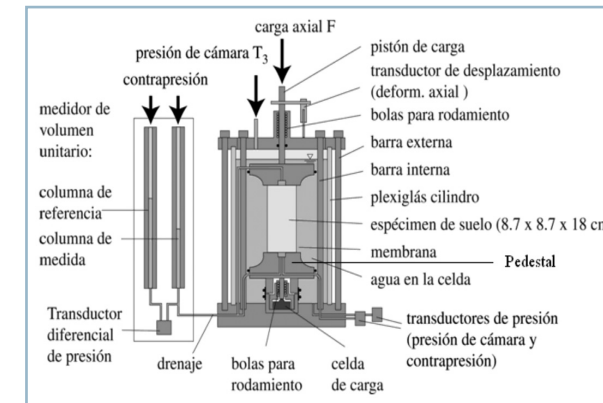


Figura 3.4.- Esquema del equipo triaxial utilizado.

cambios de volumen dentro de las muestras saturadas se utilizó un transductor diferencial de presión como se muestra en la Figura (3.4). Los transductores de desplazamiento vertical y de volumen son conectados a un sistema de adquisición de información. El sistema de carga puede ser accionado por medio de un sistema neumático o empleando un motor eléctrico. La carga vertical máxima que puede ser aplicada por el equipo cuando se utiliza el motor es de 50 kN. Para el caso del sistema neumático la máxima carga vertical es de 12 kN. La carga de celda máxima que puede utilizar el equipo es de 10 kN, pero para el caso de ensayos monotónicos se pueden alcanzar cargas de hasta 20 kN. La máxima presión de cámara que desarrolla es de 5 bar.

### 3.3. Ensayos monotónicos, parámetros Hipoplásticos y simulaciones

La determinación de los parámetros Hipoplásticos se realizó siguiendo el procedimiento recomendado por Herle [105]. El ángulo de fricción crítico ( $\varphi_c$ ) fue determinado con base en el ensayo de ángulo de reposo con el material en estado seco (Figura 3.5).

La dureza granular ( $h_s$ ) y el exponente  $n$  fueron determinados por medio de cuatro ensayos de compresión edométricos realizados sobre el material en estado seco y suelto (índice relativo  $I_{D0}=0.01 - 0.10$ ). Para obtener una mejor reproducibilidad de los ensayos edométricos, la dimensión del edómetro tenía 28 cm de diámetro y 8 cm de altura (Figura 3.6). Los resultados de los ensayos son presentados en la Figura (3.7) (en la parte superior los ensayos en estado suelto). El esfuerzo lateral ( $\sigma_3=T_3$ ) fue estimado como  $T_3 = K_0 \cdot T_1$  con  $K_0 = 1 - \sin(\varphi_c)$  y la presión



Figura 3.5.- Ensayo ángulo de reposo.



Ensayo	1	2	3	4	Promedio
$C_{DO}$	0.10	0.01	0.06	0.09	
$e_{B0}$	0.456	0.484	0.474	0.450	0.466
$h_s$ (MPa)	104	116	83	86	97
$n$	0.247	0.221	0.228	0.275	0.24

Tabla 3.2.- Resumen de los parámetros  $h_s$  y  $n$  determinado de 4 ensayos de compresión edométricos ( $e_{B0}$  es la relación de vacíos extrapolada cuando  $p = 0$ ).

media ( $p$ ) fue calculada como  $p = -(T_1 + 2 T_3)/3$  (con  $T_1 = \sigma_1$ ). Para la determinación de  $h_s$  y  $n$  se utilizó el procedimiento sugerido por Herle & Gudehus (1999), obteniéndose para cada una de las curvas edométricas su correspondiente  $h_s$  y  $n$  (ver Tabla 3.2).

Una correlación de  $h_s$  y  $n$  con  $d_{50}$  y  $C_u$  (ecuaciones 3.1 y 3.2) es reportada por Herle [105] y Herle & Gudehus [106].

$$h_s = 542.5 \cdot 10^{2.525(d_{50}/d_0)/\sqrt{C_u}} \quad (3.1)$$

$$n = 0.366 - 0.0341 C_u / (d_{50}/d_0)^{0.33} \quad (3.2)$$

Tomando el tamaño de partícula de referencia ( $d_0$ ) igual a 1 mm, los valores de  $h_s$  y  $n$  de acuerdo con las ecuaciones 3.1 y 3.2 son 21 MPa y -1.49 respectivamente, los cuales son irreales. Lo anterior pone en evidencia que estas ecuaciones no son válidas para materiales granulares bien gradados.

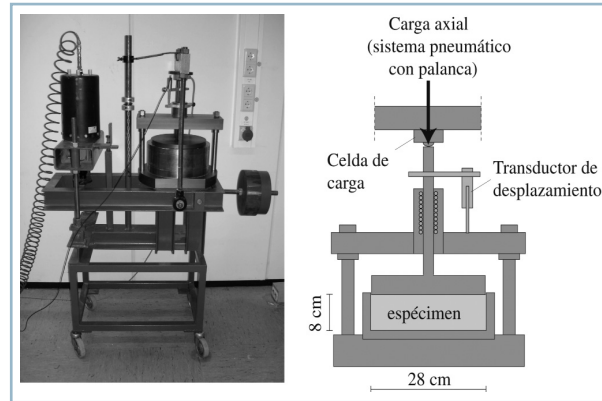


Figura 3.6.- Edómetro utilizado.

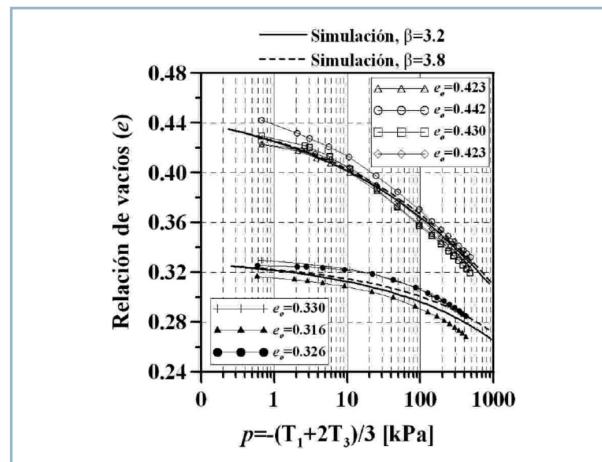


Figura 3.7.- Ensayo de compresión edométrico con material en estado suelto y denso (experimento y simulación utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica).

Con base en los valores de  $e_{min}$  y  $e_{max}$  se calcularon las relaciones de vacíos límites bajo presión nula las cuales fueron estimadas como  $e_{d0} \approx e_{min}$ ,  $e_{c0} \approx e_{max}$  y  $e_{i0} \approx 1.15 e_{max}$  (para materiales bien gradados), tal como es propuesto por Herle [105].

Tres ensayos triaxiales monotónicos con el material en estado denso ( $I_{d0} = 1.06 - 1.13$ , densidad seca  $\gamma_d > 95\% \gamma_{dmax,Pr}$ ) fueron realizados para determinar  $\alpha$  y los parámetros de resistencia al corte. Los esfuerzos laterales efectivos ( $T_3$ ) de los tres ensayos fueron  $T_3 = -50, -100$  y  $-200$  kPa y los especímenes presentaban sección transversal cuadrada de 8.7 cm x 8.7 cm y altura  $h$  de 18 cm. Los especímenes fueron preparados por fuera del equipo triaxial en un molde compuesto de cuatro caras metálicas apoyado sobre la base de carga del triaxial (Figura 3.8a). El contenido de agua del material granular era de 5.2% (óptimo determinado del ensayo Proctor). Para compactar los especímenes se utilizó un martillo tipo proctor a escala (Figura 3.8b) el cual aplicaba un peso ( $W$ ) de 10N (masa = 1kg) y una altura de caída ( $H$ ) de 20 cm. La altura de 18 cm del espécimen fue dividida en 6 capas ( $s$ ) de material granular y a cada capa eran aplicados 250 golpes ( $N$ ) con el martillo a escala. Aproximadamente se aplicó a cada capa compactada una energía por volumen ( $E$ ) de 2200 kNm/m<sup>3</sup>, acordando a la ecuación empírica (3.3) del ensayo Proctor.

$$E = \frac{B \cdot s \cdot W \cdot H}{V} \approx 2200 \text{ kNm/m}^3 \quad (3.3)$$

$V$  es el volumen del espécimen (1362 cm<sup>3</sup>). Esta energía fue escogida con el fin de alcanzar densidades entre el 95 y 97% de la densidad seca máxima del ensayo Proctor modificado.

Después de la compactación, la muestra era colocada en la celda triaxial y las cuatro caras metálicas eran removidas (Figura 3.9). Las muestras permanecían erectas debido a la presión capilar. Luego se colocaba la membrana (diámetro de 110 mm y espesor de 0.6 mm) usando un aparato diseñado para tal fin (de sección transversal cuadrada) como se muestra en la Figura (3.10a). La Figura (3.10b) presenta la muestra lista para ser saturada con agua desaireada.

Las curvas de esfuerzo desviador ( $q = -[T_1 - T_3]$ ) y la deformación volumétrica ( $\epsilon_v$ ) vs. la deformación axial ( $\epsilon_1$ ) son presentadas en las Figuras (3.11 a, b). En la Figura (3.12) se presentan los esfuerzos últimos de falla en el plano  $p$ - $q$ .

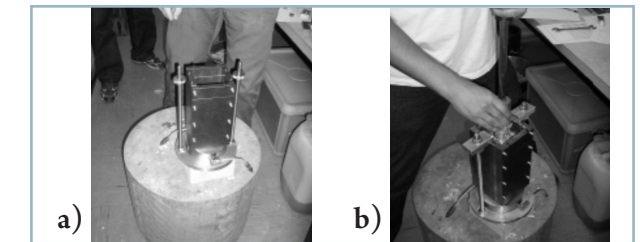


Figura 3.8.- a) Molde metálico fijado a la base de carga triaxial, b) Compactación de la muestra con el martillo a escala.

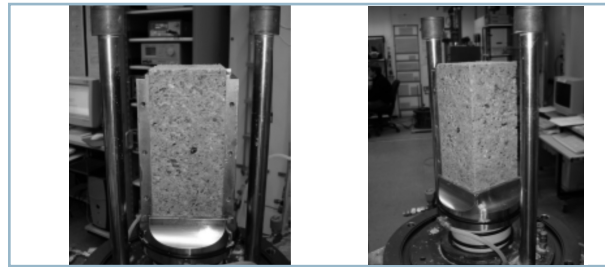


Figura 3.9.- Vista de la muestra después de remover las caras metálicas del molde.

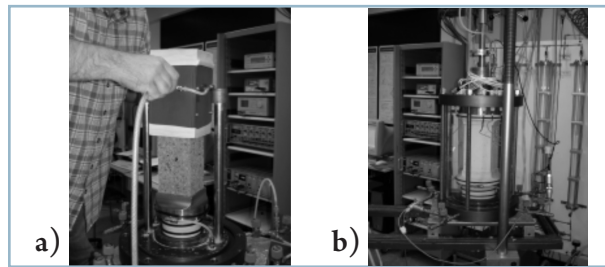


Figura 3.10.- a) Colocación de la membrana, b) Vista de la muestra con la membrana.

La constante  $\alpha$  puede ser determinada en el estado último de falla triaxial utilizando la ecuación (3.4).

$$\alpha = \frac{\ln(1/Y)}{\ln(r_e)} \quad (3.4)$$

$$Y = a \frac{\sqrt{729 + 18(a^4 + 6a^2 + 36)\eta^2 + 4a^4\eta^4}}{\sqrt{3[9(a^2 + 3) + 2a^2\eta^2]}} \quad (3.5)$$

$$r_e = \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \quad (3.5)$$

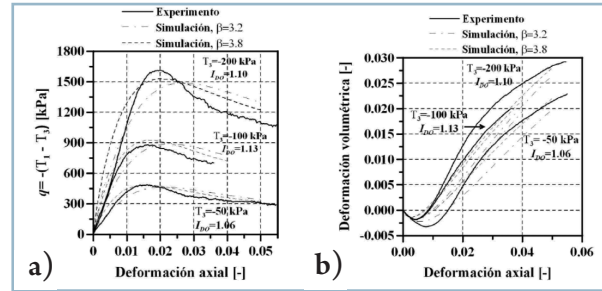


Figura 3.11.- a)  $q$  vs.  $\epsilon_1$  en ensayo triaxial con diferentes presiones de confinamiento (experimento y simulación utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica), b)  $\epsilon_v$  vs.  $\epsilon_1$  en ensayo triaxial con diferentes presiones de confinamiento (experimento y simulación utilizando la ecuación constitutiva Hipoplástica).

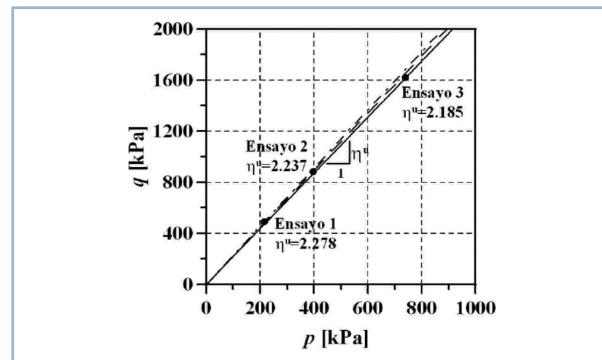


Figura 3.12.- Esfuerzos últimos de falla en el plano p-q.

La ecuación para la relación de esfuerzo  $Y(\eta = q/p)$  fue tomada de Niemunis [107] (con  $F = 1$  para compresión triaxial). La ecuación (3.4) es equivalente

(pero más fácil de entender) que aquella presentada en Herle [105] y Herle & Gudehus [106]. Los valores de  $\eta^u$ ,  $q_u$ ,  $p_u$ ,  $e_u$  (superíndice u significa en el estado último de falla) de los tres ensayos necesarios para el cálculo de  $\alpha$  son presentados en la Tabla 3.3. En la misma Tabla se presentan los valores calculados de  $\alpha$  cuyo valor promedio fue de 0.14.

Una vez terminado cada ensayo triaxial se realizaron ensayos de granulometría a las muestras falladas con el fin de determinar si el material granular experimentaba rompimiento de partículas debido a los procesos de compactación y de carga en el triaxial. En la Figura (3.2) se compara la granulometría antes y después de los ensayos triaxiales monotónicos. Se observa un ligero movimiento de las curvas granulométricas hacia la izquierda lo cual indica que ocurrió un leve rompimiento de partículas. Se observa además que este pequeño rompimiento de partículas es mayor cuando se incrementa la presión de confinamiento.

Ensayo	$T_3$ [kPa]	$I_{D0}$ [-]	$\gamma_{dmax}/\gamma_{dmax,Pr}$ [%]	$q_u$ [kPa]	$p_u$ [kPa]	$\eta^u$ [-]	$\gamma_v$ [-]	$e_u$ [-]	$\phi_u$ [°]	$\alpha$ [-]
1	-50	1.06	95.1	487.9	214.2	2.278	1.174	0.221	55.6	0.147
2	-100	1.13	96.3	881.9	394.3	2.237	1.167	0.203	54.5	0.123
3	-200	1.10	95.8	1613.3	738.4	2.185	1.158	0.205	53.2	0.149
<b>Promedio</b>		<b>1.10</b>	<b>95.7</b>			<b>2.23</b>		<b>0.21</b>	<b>54.4</b>	<b>0.14</b>

Tabla 3.3.- Cálculo del parámetro  $\alpha$ .

Para la determinación de  $\beta$  fueron realizados ensayos de compresión edométricos con el material en estado denso. El parámetro fue determinado comparando la rigidez  $E_s = E_1/D_1$  ( $D_1$  = tasa de deformación vertical) que experimentó el material seco en estado suelto y denso (subíndice I y II respectivamente) bajo la misma presión media ( $p$ ):

$$\beta = \frac{\ln \left[ \frac{E_{sII}(m_{II} - n_{II} f_{dII})}{E_{sI}(m_{II} - n_{II} f_{dII})} \right]}{\ln(e_I/e_{II})} \quad (3.7)$$

$$m = \frac{(1 + 2K_0)^2 + a^2}{1 + 2K_0^2} \quad (3.8)$$

$$n = a \frac{(5 - 2K_0)(1 + 2K_0)}{3(1 + 2K_0^2)} \quad (3.9)$$

Los ensayos con el material en estado suelto presentaron  $I_{D0} = 0.01-0.10$  y en estado semi-denso  $I_{D0} = 0.52-0.58$ . Para obtener el material en estado semi-denso se aplicaron golpes laterales al edómetro. Los resultados de los ensayos edométricos en estado semi-denso pueden ser observados en la Figura (3.7)



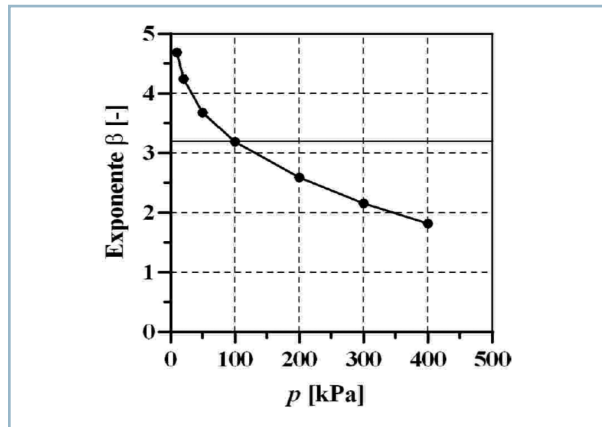


Figura 3.13.- Exponente  $\beta$  evaluado bajo diferentes valores de  $p$ .

(curvas en la zona inferior). El parámetro  $\beta$  fue evaluado bajo diferentes valores de  $p$ . En la Figura (3.13) se observa que  $\beta$  decrece con  $p$  (un problema ya detectado también en arenas). En este sentido no es claro entonces cual valor de  $\beta$  se debe escoger. Un valor de  $\beta=3.2$  fue escogido ( $p = 100$  kPa). En comparación con muchos valores de  $\beta$  reportados en la literatura (ver Apéndice A del documento anexo al presente informe - tesis de doctorado [43]), este valor es elevado. Sin embargo, Herle [108] y Schäunemann [109] reportan valores similares para una “limestone rockfill” y balasto respectivamente.

Finalmente los ocho parámetros Hipoplásticos son presentados en la Tabla 3.4.

Para la simulación de los ensayos edométricos y triaxiales se desarrolló un programa Element-Test que utiliza la ecuación constitutiva Hipoplástica de Wolffersdorff [110]. En las Figuras (3.7, 3.11a y b) se presentan los resultados experimentales y la simulación de los ensayos monotónicos. Para la simulación de los ensayos edométricos se utilizaron dos relaciones de vacíos para el material en estado suelto ( $e_o = 0.44$ ) y semi-denso ( $e_o = 0.33$ ). Se realizó además una simulación con  $\beta = 3.8$ . Se puede observar en las simulaciones que con  $\beta = 3.8$  se predice mejor la posición del estado último de falla, pero con  $\beta = 3.2$  la predicción de la rigidez en los ensayos edométricos con el material en estado suelto y semi-denso es mejor. En general, la predicción del comportamiento del material empleando el Element-Test es satisfactoria.

En esta investigación los ensayos triaxiales monotónicos y cíclicos se realizaron empleando muestras prismáticas. Sin embargo, la mayor parte de las investigaciones sobre materiales granulares se realiza sobre muestras cilíndricas. Por tal motivo se realizaron siete ensayos triaxiales monotónicos adicionales sobre una fracción de arena del material granular con

$\varphi_c$ [°]	$h_s$ [MPa]	$n$	$e_{do}$	$e_{co}$	$e_{io}$	$\alpha$	$\beta$
38	97	0.24	0.225	0.444	0.511	0.14	3.2

Tabla 3.4.- Parámetros Hipoplásticos del material ensayado.

$d_{50} = 0.55$  mm y  $C_u = 1.8$ , para comparar la influencia que tiene la forma de la muestra sobre su comportamiento monotónico (ver Figuras 3.14a, b, c, d y 3.15). Adicionalmente, se realizaron ensayos cíclicos sobre la misma muestra de arena con especímenes cilíndricos y prismáticos (ver Figura 3.16,  $\epsilon^p = \sqrt{(\epsilon_1^p)^2 + 2(\epsilon_3^p)^2}$  y  $N$  es el número de ciclos de carga). Una descripción detallada de los ensayos cíclicos puede ser consultada en Niemunis et al. [111].

Las muestras prismáticas presentaban sección cuadrada de 8.7 x 8.7 cm y altura de 18 cm y las cilíndricas un radio de 5 cm y alturas de 10 y 20 cm. En los ensayos monotónicos, cuatro especímenes fueron ensayados con  $I_{D0} = 0.55-0.58$  y los otros tres con  $I_{D0} = 0.95-0.99$ . En los cíclicos los especímenes fueron ensayados con

$I_{D0} = 0.58$ . Los resultados de los ensayos muestran que la influencia de la forma de la muestra sobre el comportamiento del material bajo carga monotónica y cíclica es muy pequeña. Una descripción más detallada de los ensayos monotónicos realizados para evaluar la influencia de la forma de las muestras puede ser consultada en Rondón et al. [112].

### 3.4. Ensayos triaxiales cíclicos

#### 3.4.1. Programa de ensayos

En la Tabla 3.5 se presenta la información del programa de ensayos triaxiales cíclicos drenados. Las trayectorias de esfuerzos descritas en la Tabla 3.5 se representan de manera gráfica en la Figura (3.17). En esta figura se observa que para cada trayectoria PCV

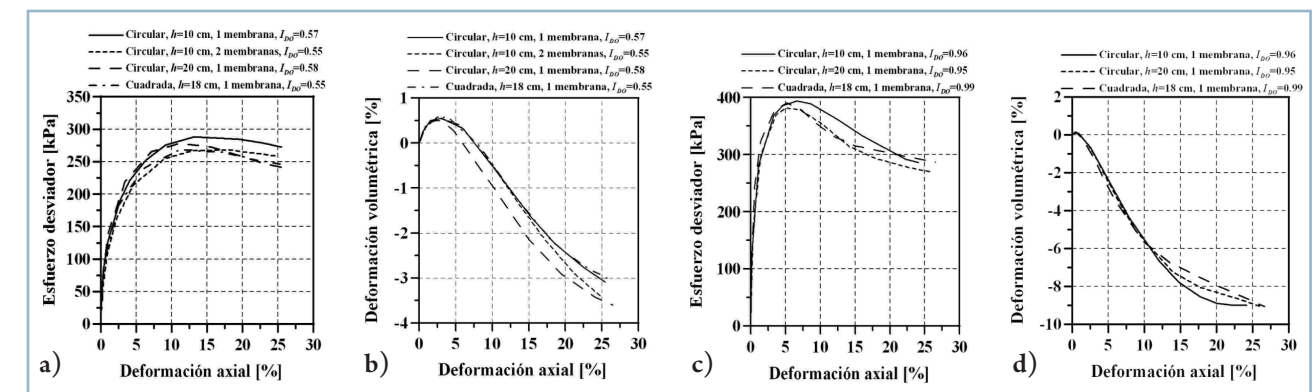


Figura 3.14.- Comparación del comportamiento monotónico de especímenes prismáticos y cilíndricos.  $h$  es la altura de la muestra.

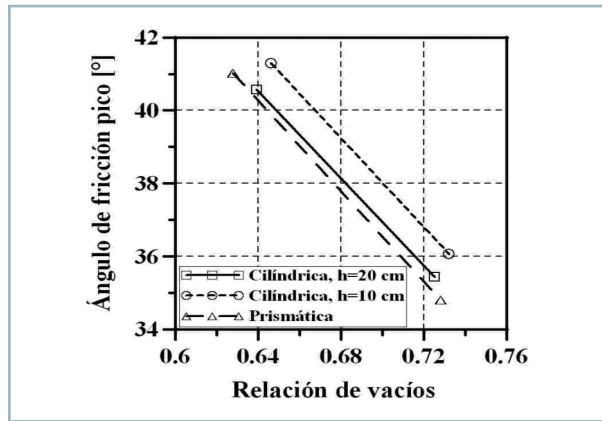


Figura 3.15.- Evolución del ángulo de fricción pico con la relación de vacíos en especímenes prismáticos y cilíndricos.  $h$  es la altura de la muestra.

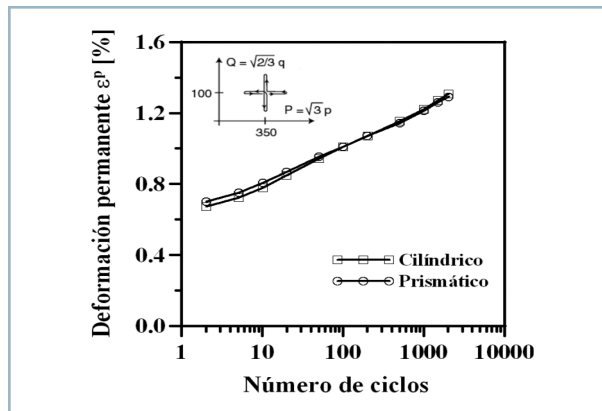


Figura 3.16.- Comparación del comportamiento cíclico de especímenes prismáticos y cilíndricos.

existe una PCC con la misma  $q_{med}$ ,  $p_{med}$  y  $q_{max}$ . A diferencia de los estudios reportados por Brown & Hyde [113], con las trayectorias de esfuerzos presentadas en la Tabla 3.5 es posible comparar la influencia de la magnitud del esfuerzo desviador y la pendiente de la trayectoria de esfuerzo  $\eta_{ampl} = q_{ampl}/p_{ampl}$  sobre la respuesta que experimentan materiales granulares en ensayos PCC y PCV. En la Figura (3.18) se describe esquemáticamente la notación de la distribución del esfuerzo durante los ensayos. Al igual que en los ensayos monotónicos las muestras eran saturadas después de ser compactadas empleando el contenido de agua óptimo del ensayo Proctor modificado.

Las frecuencias de carga ( $f$ ) fueron de 0.05 Hz y de 1.0 Hz para los ensayos PCV y PCC respectivamente. Esta diferencia en la frecuencia fue debido a razones técnicas de operación del equipo triaxial ya que la máxima velocidad de carga en el ensayo PCV debe ser de 0.05 Hz. Basados en estudios teóricos y experimentales, investigadores tales como Rada & Witczak [89], Kalcheff & Hicks [114], Allen & Thompson [115], Theyse [116], Brown [117], Thom & Brown [118], Óbice [119], Wichtmann et al. [120], Youd [121], Shenton [122], Kokusho et al. [123], Wichtmann [124] han reportado que la influencia de la frecuencia de carga sobre las características resilientes y de deformación permanente en arenas y materiales granulares gruesos es pequeña. A pesar de lo anterior,

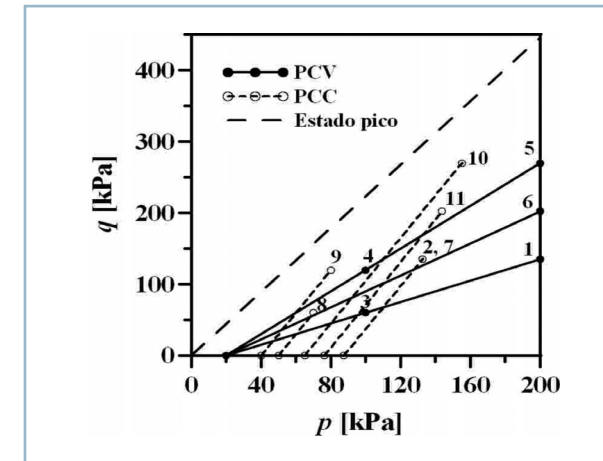


Figura 3.17.- Trayectorias de esfuerzos utilizadas para los ensayos cíclicos.

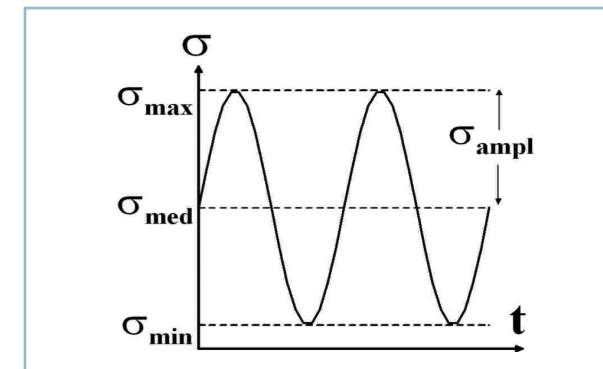


Figura 3.18.- Notación de la distribución del esfuerzo en los ensayos cíclicos.

se realizaron al inicio del programa de ensayos, cuatro pruebas tipo PCC (2w, 2ww, 7w y 7ww) para medir la influencia de la frecuencia de carga sobre el comportamiento que experimenta el material granular bajo carga cíclica. En la Figura (3.19) se presentan los resultados de estos ensayos y se observa que la influencia de la frecuencia de carga sobre la acumulación de la deformación vertical  $\epsilon_p$  es muy pequeña.

El objetivo principal del programa de ensayos fue evaluar la respuesta del material a la deformación permanente. Sin embargo se presenta al final del Capítulo una evaluación del comportamiento resiliente del material. El análisis de los resultados de los ensayos para evaluar deformación permanente se realizó inicialmente a las trayectorias PCC (Capítulo

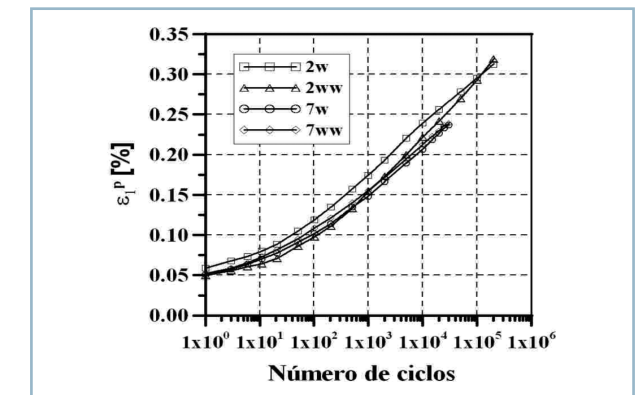


Figura 3.19.- Influencia de la frecuencia de carga ( $f$ ).

Ensayo	$p_{min}$ [kPa]	$p_{max}$ [kPa]	$p_{med}$ [kPa]	$p_{ampl}$ [kPa]	$q_{min}$ [kPa]	$q_{max}$ [kPa]	$q_{med}$ [kPa]	$q_{ampl}$ [kPa]	$\eta_{ampl}$ [-]	$\eta_{med}$ [-]	$e_o$ [-]	$f$ [Hz]
1	20	200.0	110	90	0	135	67.5	67.5	0.75	0.61	0.22	0.05
3	20	100.0	60	40	0	60	30	30	0.75	0.50	0.22	0.05
4	20	100.0	60	40	0	120	60	60	1.50	1.00	0.23	0.05
5	20	200.0	110	90	0	270	135	135	1.50	1.23	0.23	0.05
6	20	200.0	110	90	0	202.5	101.25	101.25	1.125	0.92	0.24	0.05
8	50	70.0	60	10	0	60	30	30	3.0	0.50	0.22	1.00
9	40	80.0	60	20	0	120	60	60	3.0	1.00	0.22	1.00
10	65	155.0	110	45	0	270	135	135	3.0	1.23	0.22	1.00
11	76.25	143.8	110	33.78	0	202.5	101.25	101.25	3.0	0.92	0.21	1.00
7w	87.5	132.5	110	22.5	0	135	67.5	67.5	3.0	0.61	0.21	0.05
7ww	87.5	132.5	110	22.5	0	135	67.5	67.5	3.0	0.61	0.21	0.05
2w	87.5	132.5	110	22.5	0	135	67.5	67.5	3.0	0.61	0.21	1.00
2ww	87.5	132.5	110	22.5	0	135	67.5	67.5	3.0	0.61	0.21	1.00

Tabla 3.5.- Programa de ensayos triaxiales cíclicos ( $p_{min}$  = presión media mínima,  $p_{max}$  = presión media máxima,  $p_{med}$  = presión media promedio,  $p_{ampl}$  = amplitud de la presión media,  $q_{min}$  = esfuerzo desviador mínimo,  $q_{max}$  = esfuerzo desviador máximo,  $q_{med}$  = esfuerzo desviador promedio,  $q_{ampl}$  = amplitud del esfuerzo desviador,  $\eta_{ampl}$  =  $q_{ampl}/p_{ampl}$ ,  $e_o$  = relación de vacíos inicial,  $f$  es la frecuencia de carga).

3.4.2.1), luego a las PCV (Capítulo 3.4.2.2) y por último se compararon los resultados de ambos ensayos (Capítulo 3.4.2.3). Para el caso resiliente se realizó el análisis comparando los resultados de ambos ensayos (Capítulo 3.4.3).

### 3.4.2. Análisis de deformación permanente

#### 3.4.2.1. Análisis de ensayos PCC

En las Figuras (3.20a, b y 3.21a, b) se observa que el valor de la deformación permanente vertical ( $\varepsilon_1^p$ ) y

volumétrica ( $\varepsilon_v^p = \varepsilon_1^p + 2 \varepsilon_3^p$ ) incrementa cuando se aumenta la relación entre el esfuerzo desviador máximo y la presión media de confinamiento  $q_{max}/\sigma_{3med}$ . Ambos tipos de deformación incrementan con el número de ciclos de carga ( $N$ ).

Los resultados presentados en la Figura (3.20) pueden ser expresados matemáticamente por medio de una ecuación regresional como la (3.10). En la Figura (3.22) se presenta la simulación de los ensayos empleando la ecuación (3.10). Se observa que para

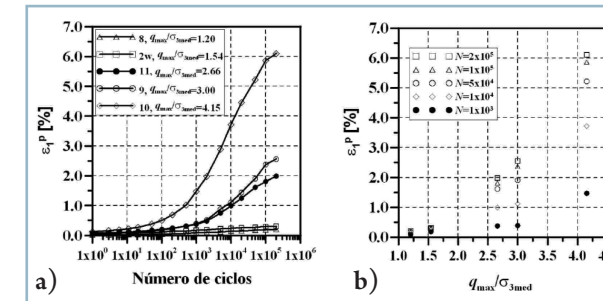


Figura 3.20.- a)  $\varepsilon_1^p$  vs.  $N$  para diferentes  $q_{max}/\sigma_{3med}$ , b)  $\varepsilon_1^p$  vs.  $q_{max}/\sigma_{3med}$  para diferentes  $N$ .

relaciones  $q_{max}/\sigma_{3med}$  altas la predicción de la ecuación no es buena. Tal vez otro tipo de regresión más compleja y que involucre mayor número de parámetros pueda representar matemáticamente los resultados obtenidos, pero el significado físico de dichos parámetros y la obtención de los mismos sería de difícil determinación. Otra forma de mostrar los resultados de los ensayos se presenta en las Figuras (3.23a, b). En estas figuras se tiene en cuenta que la acumulación de la deformación permanente con los ciclos de carga es también dependiente de la distancia entre  $q_{max}$  y la línea de resistencia monotónica de corte, a través de la relación  $q_{falla}/L$  ( $q_{falla}$  es el esfuerzo desviador máximo para alcanzar la falla monotónica del material y  $L$  es la longitud de la trayectoria de esfuerzo =  $[(q_{max} - q_{min})^2 + (p_{max} - p_{min})^2]^{0.5}$ ). De la misma forma como se planteó la ecuación (3.10), por medio

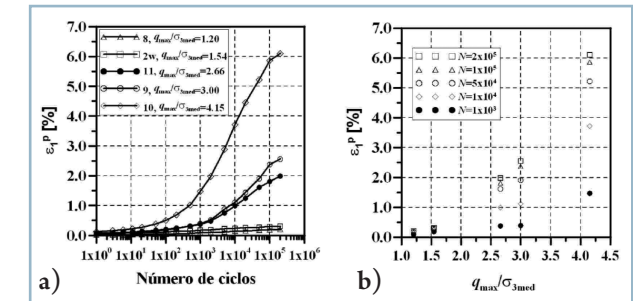


Figura 3.21.- a)  $\varepsilon_1^p$  vs.  $N$  para diferentes  $q_{max}/\sigma_{3med}$ , b)  $\varepsilon_1^p$  vs.  $q_{max}/\sigma_{3med}$  para diferentes  $N$ .

de la Figura (3.23b) se puede plantear la ecuación (3.11). En la Figura (3.24) se presenta la simulación de los ensayos empleando la ecuación (3.11). Se observa una mejor predicción de los ensayos cuando se emplea esta última ecuación pero aún la predicción no es buena cuando la magnitud del esfuerzo es alta.

$$\varepsilon_1^p = aN^b \left( \frac{q_{max}}{\sigma_{3med}} \right)^{cN^d} \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_1^p = aN^b \left( \frac{q_{max}}{\sigma_{3med}} \cdot \frac{q_{falla}}{L} \right)^{-cN^d} \quad (3.11)$$

En la Figura (3.25a) se presenta la evolución de la deformación permanente de corte  $\varepsilon_q^p = 2/3(\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)$  con la componente volumétrica  $\varepsilon_v^p$  y en la Figura (3.25b) la trayectoria  $\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p$ . En estas figuras se observa que los especímenes experimentaron una reducción en su diámetro (excepto en el ensayo No.



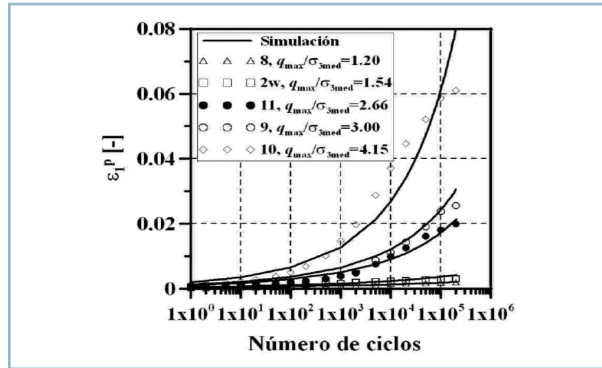


Figura 3.22.- Simulación usando la ecuación (3.10). Parámetros:  $a=3 \times 10^4$ ,  $b=0.11$ ,  $c=1.33$ ,  $d=0.066$ .

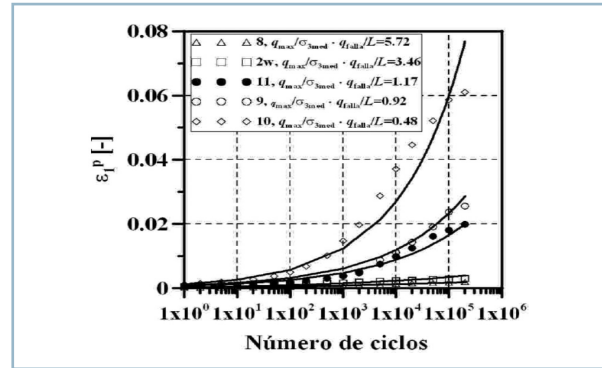


Figura 3.24.- Simulación usando la ecuación (3.11). Parámetros:  $a=8 \times 10^4$ ,  $b=0.283$ ,  $c=0.67$ ,  $d=0.066$ .

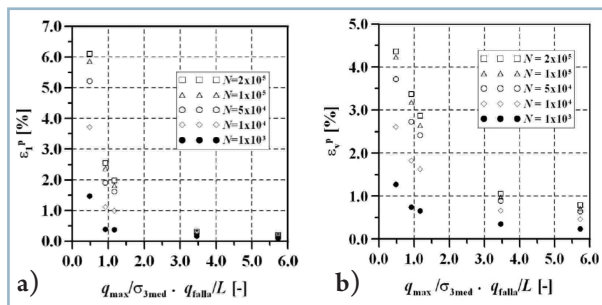


Figura 3.23.- a)  $\epsilon_q^p$  vs.  $q_{max}/\sigma_{3med} \times q_{falla}/L$  para diferentes  $N$ , b)  $\epsilon_v^p$  vs.  $q_{max}/\sigma_{3med} \times q_{falla}/L$  para diferentes  $N$ .

10 en el cual la amplitud del esfuerzo cíclico es elevado) y la relación  $\epsilon_q^p / \epsilon_v^p$  incrementa cuando se aumenta la pendiente promedio de la trayectoria de esfuerzo  $\eta_{med} = q_{med} / p_{med}$ . Es interesante observar en

$\eta_{med} = 0.5$  y  $\eta_{med} = 0.61$  (ensayos No. 8 y 2 respectivamente) que la acumulación de la deformación es netamente volumétrica ( $\epsilon_q^p \approx 0$ ,  $\epsilon_v^p \approx \epsilon_3^p$ ). Tal vez este comportamiento se debe a que el material presenta una mayor rigidez en la dirección vertical que horizontal (debido a la forma como se compactaron los especímenes en el laboratorio empleando el ensayo Proctor). Ensayos con trayectorias de esfuerzos adicionales a las utilizadas en este proyecto deben ser realizados con el fin de observar si el método de compactación de los especímenes influye en la dirección de la acumulación de la deformación  $\epsilon_q^p / \epsilon_v^p$ .

En la Figura (3.26a) se observa que la tasa de deformación decrece con la evolución de la deformación permanente y  $N$ . Además esta tasa es menor cuando

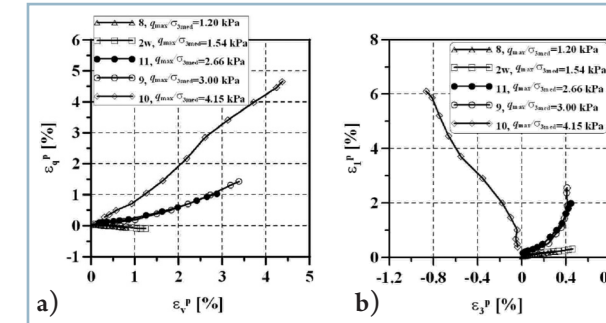


Figura 3.25.- a) deformación permanente de corte  $\epsilon_q^p$  versus deformación permanente volumétrica  $\epsilon_v^p$ , b) deformación vertical permanente  $\epsilon_v^p$  versus deformación radial permanente  $\epsilon_3^p$ .

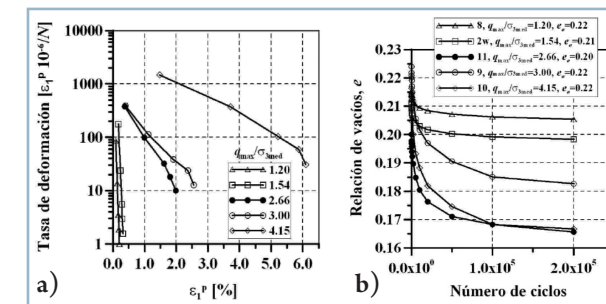


Figura 3.26.- a) Tasa de deformación vs. deformación permanente vertical, b) Evolución de la relación de vacíos (e) con  $N$ .

la relación entre  $q_{max}/\sigma_{3med}$  disminuye. Para los niveles de esfuerzo  $q_{max}/\sigma_{3med} = 1.20$  y  $1.54$  se podría pensar que el material experimenta un estado “Shakedown” en el cual la respuesta del material tiende a ser casi totalmente resiliente. En la Figura (3.26b) se observa

que la relación de vacíos disminuye con el número de ciclos de carga hacia un valor mínimo asintótico.

### 3.4.2.2. Análisis de ensayos PCV

El análisis de la respuesta que experimentan materiales granulares en ensayos PCV se debe realizar de manera diferente a como fue realizado para el caso de los PCC, ya que en los PCV la presión de confinamiento  $\sigma_3$  no permanece constante durante el ensayo (varía desde un valor mínimo  $\sigma_{3min}$  a uno máximo  $\sigma_{3max}$ ). En las Figuras (3.27a, b) se presenta la evolución de la acumulación de la deformación vertical  $\epsilon_v^p$  y volumétrica  $\epsilon_v^p$  con  $q_{max}/\sigma_{3med}$  y se observa que los resultados no pueden ser descritos por una relación única entre estos dos tipos de deformación y  $q_{max}/\sigma_{3med}$ .

Gidel et al. [34], basados en ensayos PCV sobre dos materiales granulares distintos (denominados Poulmarch y Sorèze), observaron que la deformación vertical permanente incrementa cuando se aumenta la relación entre el esfuerzo desviador y la presión media ( $q/p$ ). Además reportaron un incremento en la deformación con un aumento en  $p$ . Similar observación fue reportada por Habiballah & Chazallon [42] sobre una arena con  $d_{max} = 4mm$ . Basado en lo anterior se propone realizar el análisis de los ensayos PCV graficando la evolución de la deformación permanente con la longitud de la trayectoria de esfuerzo  $L = [(q_{max} - q_{min})^2 + (p_{max} - p_{min})^2]^{0.5}$ . En las Figuras (3.28a,

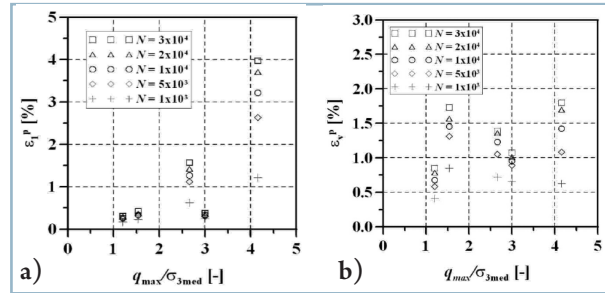


Figura 3.27.- a) evolución de la deformación permanente vertical  $\epsilon_v^p$  con  $q_{max}/\sigma_{3med}$ , b) evolución de la deformación permanente volumétrica  $\epsilon_v^p$  con  $q_{max}/\sigma_{3med}$ .

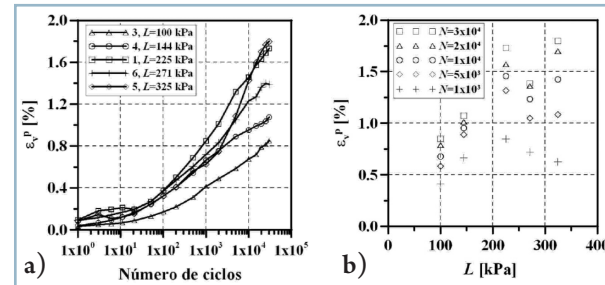


Figura 3.29.- a)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$  para diferentes  $L$ , b)  $\epsilon_v^p$  vs.  $L$  para diferentes  $N$ .

b) se observa que la deformación permanente vertical incrementa proporcionalmente con  $L$  y  $N$ .

Las Figuras (3.29a, b) muestran la evolución de la deformación volumétrica  $\epsilon_v^p$  con  $L$  y  $N$ . Se observa en la Figura (3.29b) que la acumulación de este tipo de deformación incrementa con  $N$ . Sin embargo se obser-

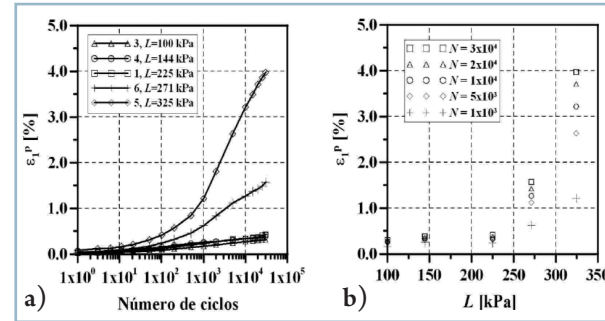


Figura 3.28.- a)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$  para diferentes  $L$ , b)  $\epsilon_v^p$  vs.  $L$  para diferentes  $N$ .

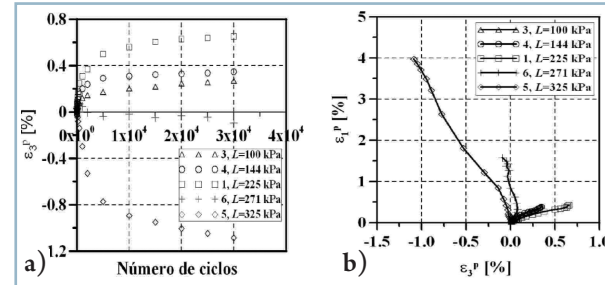


Figura 3.30.- a)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$  para diferentes  $L$ , b)  $\epsilon_1^p$  vs.  $\epsilon_3^p$ .

va que  $\epsilon_v^p$  incrementa con  $L$  en los ensayos No. 3, 4 y 1 ( $L = 100, 144$  y  $225$  kPa respectivamente) y luego disminuye cuando se continúa incrementando ( $L = 271$  y  $325$  kPa, ensayos No. 6 y 5). Lo anterior se debe principalmente al cambio de dirección que experimenta la deformación radial en los ensayos No. 5 y 6 (Figuras 3.30a, b). Con  $L = 100, 144$  y  $225$  kPa

el esfuerzo lateral cíclico comprime la muestra en la dirección horizontal. Cuando la relación  $q/p$  incrementa ( $L = 271, 325$  kPa), el esfuerzo desviador cíclico es tan alto que la tendencia del material es a expandir en la dirección horizontal. Un comportamiento similar fue reportado por Gidel et al. [34] y por Suiker et al. [125] sobre materiales de balasto y subbalasto.

De manera similar a los ensayos PCC, la tasa de deformación vertical decrece con la evolución de la acumulación de la deformación vertical, y esta tasa es menor cuando  $L$  decrece (Figura 3.31a). Además en la Figura (3.31b) se observa que la relación de vacíos disminuye con  $N$  hacia un valor mínimo asintótico.

### 3.4.2.3. Análisis de ensayos PCC y PCV

La comparación de los ensayos PCC y PCV es presentada en las Figuras (3.32a, b). En la Figura (3.32a) se presentan los resultados para  $N=1000, 5000, 10000,$

20000 y en la Figura (3.32b) la comparación de ambos ensayos para  $N=20000$ . Se observa que el comportamiento que experimentó el material es dependiente del valor de  $\eta_{ampl}$  por lo tanto suponer que la deformación permanente no se afecta por el tipo de ensayo como lo aseguran Brown & Hyde [113] no es cierto. Las Figuras (3.33a-e, 3.34, 3.35a-e, 3.36a-e) ayudan a entender mejor la anterior afirmación.

En las Figuras 3.33a y b ( $\eta_{ampl} = 0.75$ ) la deformación permanente vertical fue mayor cuando se realizaron ensayos PCV. Este comportamiento cambió cuando se utilizaron trayectorias con  $\eta_{ampl} = 1.5$  (Figuras 3.33c y d). La acumulación de la deformación vertical en ensayos PCC con  $\eta_{ampl} = 1.5$  es mayor cuando la amplitud del esfuerzo es pequeña. Para el caso de  $\eta_{ampl} = 1.5$  y altos valores de amplitud de esfuerzo la acumulación de la deformación en ensayos PCC y PCV es similar. Tal vez este cambio de comportamiento en

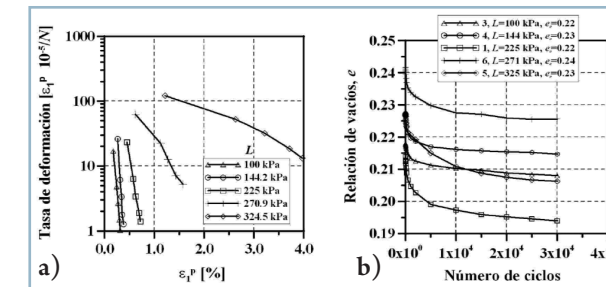


Figura 3.31.- a) Tasa de deformación vs. deformación vertical para los ensayos PCV, b) evolución de la relación de vacíos con  $N$ .

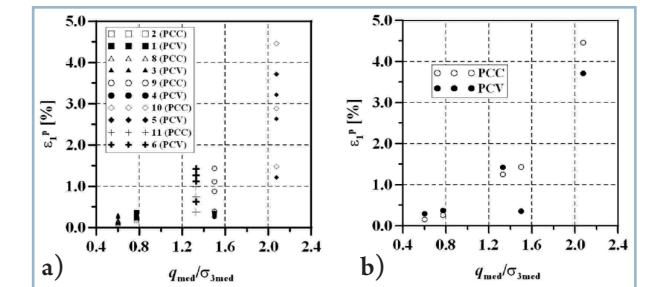


Figura 3.32.- Influencia de  $q_{max}/\sigma_{3med}$  sobre la deformación vertical para a) diferentes  $N$ , b)  $N=2x10^4$ .



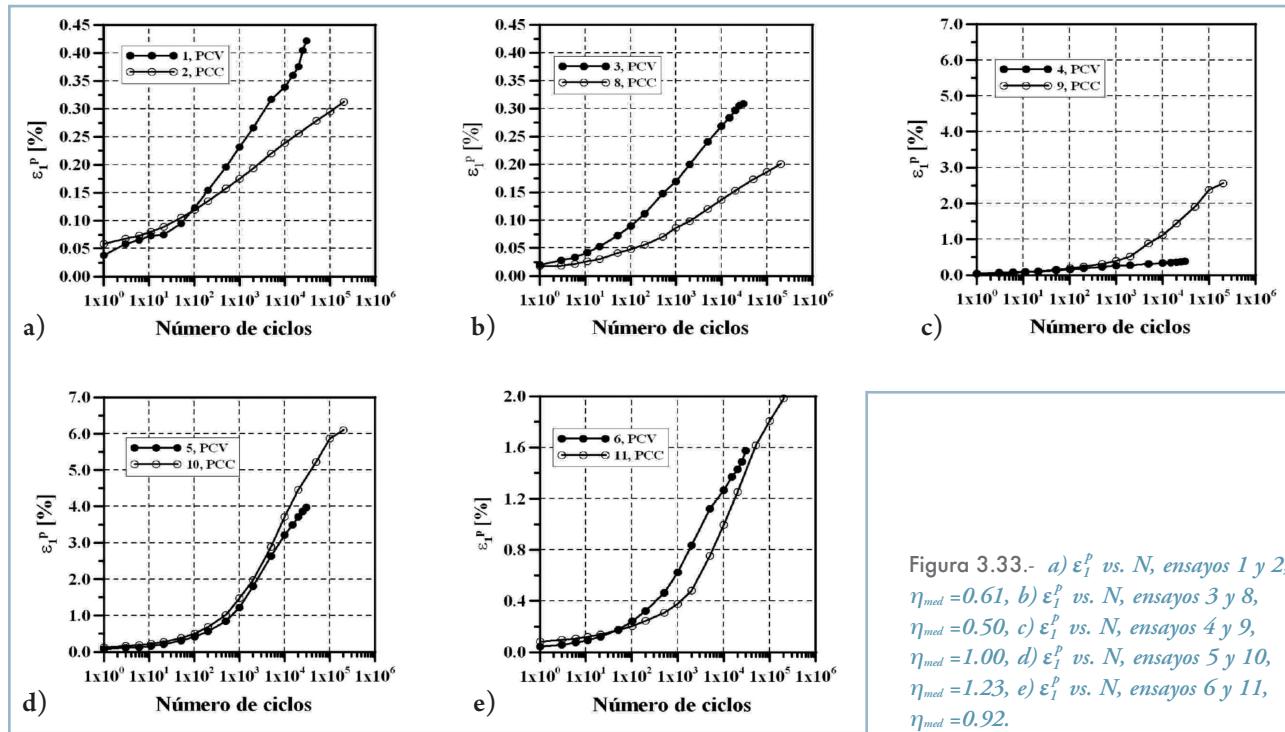


Figura 3.33.- a)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 1 y 2,  $\eta_{med}=0.61$ , b)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 3 y 8,  $\eta_{med}=0.50$ , c)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 4 y 9,  $\eta_{med}=1.00$ , d)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 5 y 10,  $\eta_{med}=1.23$ , e)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 6 y 11,  $\eta_{med}=0.92$ .

$\eta_{ampl} = 0.75$  y  $\eta_{ampl} = 1.5$  se debe a que para  $\eta_{ampl} = 1.5$  la distancia entre el  $q_{max}$  y  $q_{falla}$  en los ensayos PCC es más pequeña en comparación con  $\eta_{ampl} = 0.75$ . Además en la Figura (3.34) se puede observar que la variación de  $\eta_{ampl}$  en ensayos PCC genera un incremento mayor de la tasa de deformación en comparación con los ensayos PCV. Para el caso de  $\eta_{ampl} = 1.125$  la tendencia fue a experimentar valores similares de deformación

vertical en ambos ensayos. Existe entonces un valor de  $\eta_{ampl}$  para el cual el tipo de ensayo no influye sobre el valor de la acumulación de la deformación vertical.

Cuando  $\eta_{ampl} = 0.75$  el material experimenta mayor acumulación de la deformación volumétrica en ensayos PCV (Figuras 3.35a y b). Para valores superiores de  $\eta_{ampl}$  el comportamiento es opuesto, especialmente

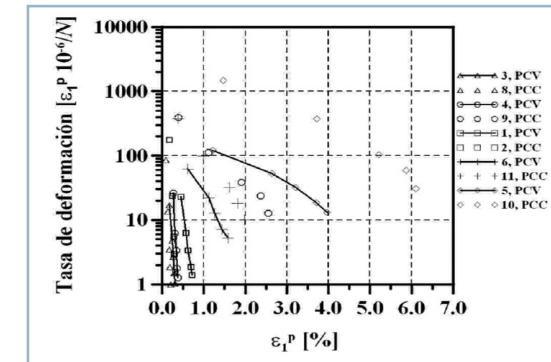
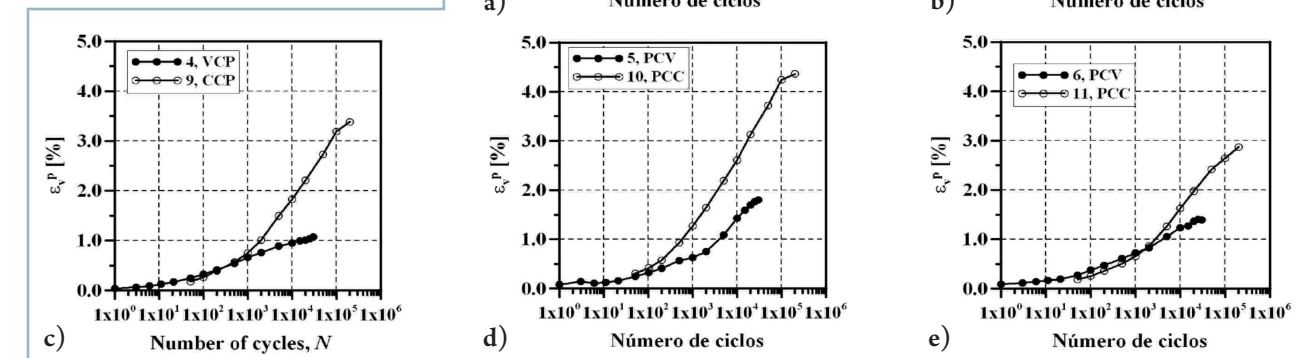


Figura 3.34.- Tasa de deformación vs. deformación vertical.

Figura 3.35.- a)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 1 y 2,  $\eta_{med}=0.61$ , b)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 3 y 8,  $\eta_{med}=0.50$ , c)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 4 y 9,  $\eta_{med}=1.00$ , d)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 5 y 10,  $\eta_{med}=1.23$ , e)  $\epsilon_v^p$  vs.  $N$ , ensayos 6 y 11,  $\eta_{med}=0.92$ .



cuando el número de ciclos es elevado (Figuras 3.35c - e). Para  $\eta_{ampl} = 0.75$  la dirección de la acumulación de la deformación  $\epsilon_q^p / \epsilon_v^p$  es similar en los ensayos PCV y PCC (Figuras 3.36a, b). En  $\eta_{ampl} = 1.125$  y  $1.50$  el material experimenta mayor  $\epsilon_q^p / \epsilon_v^p$  en ensayos PCV cuando la amplitud del esfuerzo es alta (Figuras 3.36d, e). Cuando  $\eta_{ampl} = 1.50$  y la amplitud del esfuerzo es pequeña, la dirección de la acumulación es mayor en ensayos PCC (Figura 3.36c).

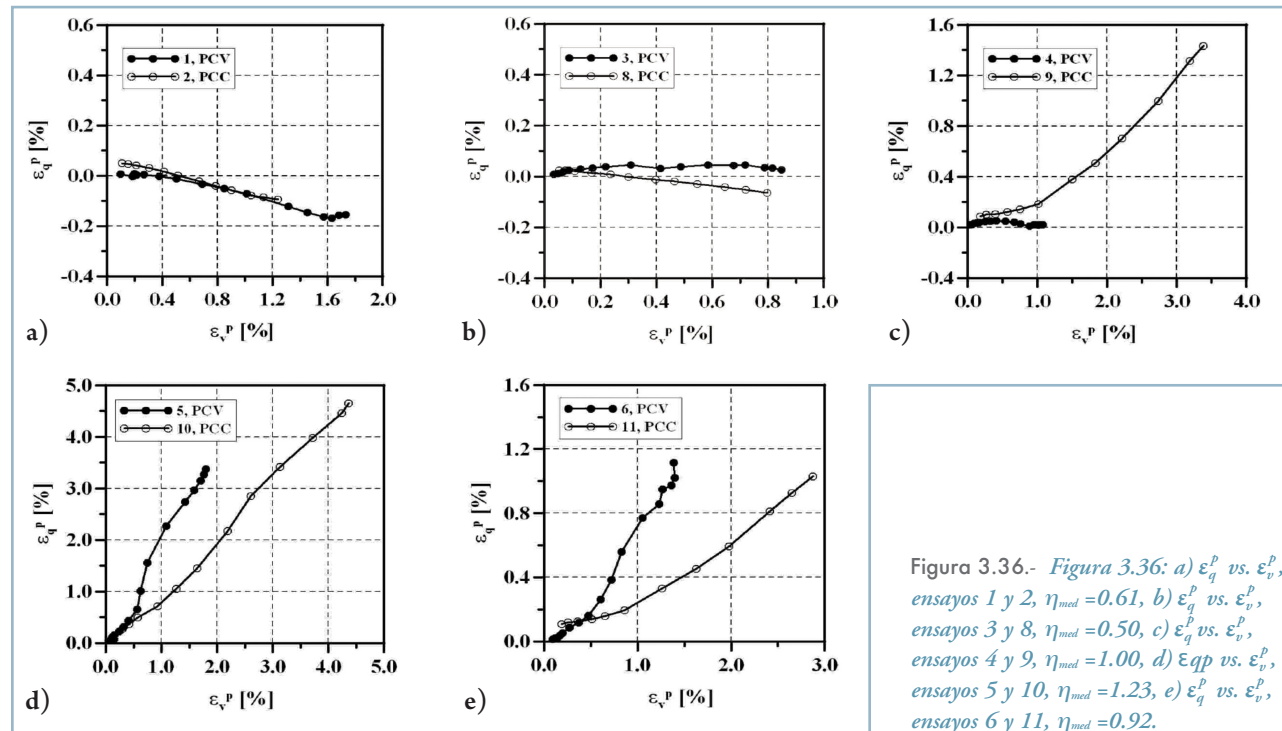


Figura 3.36.- Figura 3.36: a)  $\epsilon_q^p$  vs.  $\epsilon_v^p$ , ensayos 1 y 2,  $\eta_{med}=0.61$ , b)  $\epsilon_q^p$  vs.  $\epsilon_v^p$ , ensayos 3 y 8,  $\eta_{med}=0.50$ , c)  $\epsilon_q^p$  vs.  $\epsilon_v^p$ , ensayos 4 y 9,  $\eta_{med}=1.00$ , d)  $\epsilon_q^p$  vs.  $\epsilon_v^p$ , ensayos 5 y 10,  $\eta_{med}=1.23$ , e)  $\epsilon_q^p$  vs.  $\epsilon_v^p$ , ensayos 6 y 11,  $\eta_{med}=0.92$ .

### 3.4.3. Análisis de la respuesta resiliente

A pesar que los ensayos cíclicos no fueron realizados con el fin de medir características resilientes, se calculó el módulo resiliente para  $2 \times 10^4$  ciclos de carga con

las ecuaciones (2.5 y 2.7), las cuales se convierten en las ecuaciones (3.12 y 3.13) utilizando la notación empleada en el presente estudio.

$$M_r = \frac{\sigma_{1max} - \sigma_{1min}}{\epsilon_{1max} - \epsilon_{1min}} = \frac{2\sigma_{1ampl}}{\epsilon_{1r}} = \frac{2q_{ampl}}{\epsilon_{1r}} \quad (3.12)$$

$$M_r = \frac{[(\sigma_{1max} - \sigma_{3max}) - (\sigma_{1min} - \sigma_{3min})][(\sigma_{1max} + 2\sigma_{3max}) - (\sigma_{1min} + 2\sigma_{3min})]}{\epsilon_{1r}[(\sigma_{1max} + \sigma_{3max}) - (\sigma_{1min} + \sigma_{3min})] - 2\epsilon_{3r}(\sigma_{3max} - \sigma_{3min})} \quad (3.13)$$

Para el cálculo del módulo en los ensayos PCV se supuso que el efecto de penetración de la membrana sobre la medición de la deformación radial resiliente  $\epsilon_{3r}$  es muy pequeño debido a que el material presenta un alto coeficiente de uniformidad, baja relación de vacíos y la presión de confinamiento durante los ensayos no es muy elevada (información sobre el efecto de penetración de membrana puede ser consultado en Baldi & Nova [126] y Nicholson et al. [127]). La Figura (3.37) muestra que un incremento de la suma de esfuerzos principales máxima  $\theta_{max} = \sigma_{1max} + 2\sigma_{3max}$  produce un aumento del módulo en ambos ensayos. Para el caso de los ensayos PCV la rigidez depende de  $\eta_{ampl}$  y  $q_{max}$ . La tendencia del módulo resiliente en este tipo de ensayo es a disminuir cuando  $\eta_{ampl}$  incrementa, y para  $\eta_{ampl}$  constante, un incremento en  $q_{max}$  genera un incremento en el modulo. Sin embargo este incremento es pequeño para altos valores de  $\eta_{ampl}$ . También se observa que el material experimentó mayor rigidez bajo trayectorias de esfuerzos PCV cuando  $\theta_{max}$  es pequeño.

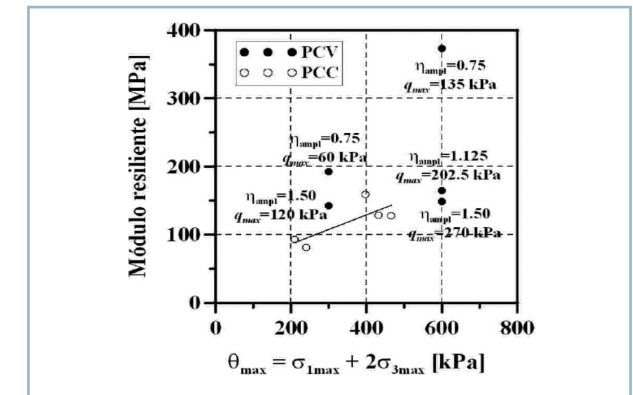


Figura 3.37.- Módulo resiliente vs.  $\theta_{max}$ , ensayos PCC y PCV.

# Capítulo 4

## Simulaciones empleando la ecuación Hipoplástica

### 4.1. Hipoplasticidad

Una descripción detallada de la ecuación constitutiva Hipoplástica se presenta en el Capítulo 4 del documento anexo (tesis de doctorado [43]) al presente resumen.

### 4.2. Ecuación Hipoplástica

#### 4.2.1. Ecuación Hipoplástica en 3D

La primera ecuación Hipoplástica fue creada en 1985 por D. Kolymbas (Kolymbas [128]):

$$\dot{\mathbf{T}} = \frac{C_1}{2}(\mathbf{TD} - \mathbf{DT}) - C_2 \text{tr}(\mathbf{TD})\mathbf{I} + \left[ C_3 \mathbf{T} + C_4 \frac{\mathbf{T}^2}{\text{tr} \mathbf{T}} \right] \sqrt{\text{tr} \mathbf{D}^2} \quad (4.1)$$

$C_i$  son las constantes del material e  $\mathbf{I}$  es un tensor unitario.

En la ecuación (4.2), la dependencia del comportamiento del suelo con la densidad del mismo no es clara, así como la forma como el esfuerzo desviador lleva a la falla el material.

En 1992 Wu Wei introduce el concepto de esfuerzo desviador en la ecuación constitutiva Hipoplástica, sin embargo la influencia del estado o densidad sobre

el comportamiento de materiales granulares no es clara (Kolymbas [128]):

$$\dot{\mathbf{T}} = C_1(\text{tr} \mathbf{T})\mathbf{D} + C_2 \frac{\text{tr}(\mathbf{TD})}{\text{tr}(\mathbf{D})} + C_3 \frac{\mathbf{T}^2}{\text{tr}(\mathbf{T})\sqrt{\text{tr} \mathbf{D}^2}} + C_4 \frac{\mathbf{T}^{*2}}{\text{tr}(\mathbf{T})\sqrt{\text{tr} \mathbf{D}^2}} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{T}^* = \mathbf{T} - \frac{1}{3}(\text{tr} \mathbf{T})\mathbf{1} \quad (4.3)$$

$C_i$  son las constantes del material,  $\mathbf{1}$  es un tensor unitario y  $\mathbf{T}^*$  es el tensor desviador de esfuerzos.

Entre las diversas versiones de ecuaciones constitutivas Hipoplásticas la más empleada es la de Wolffersdorff [110], la cual puede escribirse mediante la siguiente ecuación tensorial no lineal [107, 128-130]:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{L} : \mathbf{D} + \mathbf{N} \|\mathbf{D}\| \quad (4.4)$$

$\dot{\mathbf{T}}$  es el tensor de velocidad de esfuerzos,  $\mathbf{L}(\mathbf{T}, e)$  y  $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$  son los tensores de rigidez lineal y no lineal los cuales son función del esfuerzo y la relación de vacíos ( $e$ ).  $\mathbf{D}$  es el tensor de velocidad de deformación y  $f_d$  (factor de picnotropía) es una variable de estado que tiene en cuenta como la densidad del material granular influye sobre el comportamiento del mismo.

La representación matemática de  $\mathbf{L}(\mathbf{T}, e)$  y  $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$  se describe a continuación:

$$\mathbf{L} = f_s \frac{1}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} (F^2 \mathbf{I} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{T}}) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{N} = f_s f_d \frac{F a}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \quad (4.6)$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \frac{\mathbf{T}}{\text{tr} \mathbf{T}} \quad (4.7)$$

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{2\sqrt{2} \sin \varphi_c} \quad (4.8)$$

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cdot \cos 3\vartheta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi \quad (4.9)$$

$$\tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\mathbf{T}}^*\| \quad (4.10)$$

$$\cos 3\vartheta = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^{*3})}{[\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^{*2})]^{3/2}} \quad (4.11)$$

$\mathbf{T}$  es el tensor de esfuerzos,  $\mathbf{I}$  denota el tensor unitario de cuarto orden con componentes  $I_{ijkl} = \delta_{ik} \delta_{jl}$ ,  $\varphi_c$  es el ángulo de fricción crítico y los factores  $f_s$  y  $f_d$  tienen en cuenta la influencia que ejercen sobre el comportamiento del material, la presión media ejercida (barotropía) y la densidad del mismo (picnotropía).  $f_s$  y  $f_d$  se describen por medio de las siguientes ecuaciones (Bauer [131]):

$$f_s = f_b f_e \quad (4.12)$$

$$f_b = \frac{h_s}{n} \left( \frac{1 + e_i}{e_i} \right) \left( -\frac{\text{tr} \mathbf{T}}{h_s} \right)^{1-n} \left[ 3 + a^2 - \sqrt{3} a \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (4.13)$$

$$f_e = \left( \frac{e_i}{e} \right)^\beta \quad (4.14)$$

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (4.15)$$

$e_{i0}$  es la relación de vacíos máxima alcanzada durante compresión isotrópica,  $e_{c0}$  es la relación de vacíos crítica y  $e_{d0}$  es la relación de vacíos mínima cuando el material se encuentra libre de presiones. Estas tres relaciones de vacíos decrecen con la presión media ejercida al material por medio de la siguiente ecuación (Bauer [131]):

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \exp \left[ - \left( -\frac{\text{tr} \mathbf{T}}{h_s} \right)^n \right] \quad (4.16)$$

La ecuación (4.16) se denomina ley de compresión isotrópica del material y relaciona en una gráfica datos experimentales del cambio que experimenta el suelo cuando éste es sometido a una determinada presión de referencia. El factor de barotropía ( $f_b$ ) se obtiene de la ecuación Hipoplástica (4.4) y de la ley de compresión del material (ecuación 4.16). Para el caso de compresión isotrópica la ecuación constitutiva Hipoplástica se convierte en la ecuación (4.17). Si se conoce la presión media del material  $p = \text{tr} \mathbf{T}/3$ , y si de la ecuación (4.16) se calcula el cambio que experimenta  $p$  debido a un cambio en la relación de vacíos se obtiene:

$$\dot{T}_1 = f_s [3 + a^2 - \sqrt{3} a f_d] D_1 \quad (4.17)$$

$$\dot{p} = - \left( \frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n} \frac{h_s}{3ne_i} e_0 \quad (4.18)$$

Conociendo que  $D_{kl} = e \delta_{kl}/3(1+e)$ , se obtiene por sustitución en la ecuación (4.18) e igualación en la ecuación (4.17), el factor de barotropía ( $f_b$ ).



Los parámetros  $a$  y  $F$  tienen en cuenta el criterio de falla empleado por la ecuación constitutiva Hipoplástica, el cual es el de Matsuoka-Nakai. Los parámetros de la ecuación constitutiva Hipoplástica son el ángulo de fricción crítica ( $\varphi_c$ ),  $e_{io}$ ,  $e_{co}$  y  $e_{do}$ , una constante que describe la ley de compresión del material ( $n$ ), la dureza granular ( $h_s$ ), el exponente de pincotropía ( $\alpha$ ) y el de barotropía ( $\beta$ ).

### 4.3. Extensión de la ecuación Hipoplástica para carga cíclica

La ecuación (4.4) es utilizada con un alto grado de confianza para predecir el comportamiento que experimentan materiales granulares bajo cargas estáticas o monotónicas. Para el caso de cargas cíclicas, la acumulación de la deformación con los ciclos de carga es sobrestimada. Para mejorar esta deficiencia, la ecuación (4.4) es modificada introduciendo una nueva variable de estado llamada deformación intergranular ( $\delta$ ). Esta variable tiene en cuenta que un cambio de dirección de la deformación en ciclos de carga y descarga genera un cambio en la rigidez de los materiales granulares. La versión extendida de la ecuación Hipoplástica es la siguiente:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{M} : \mathbf{D} \quad (4.19)$$

$\mathbf{M}$  es el tensor de rigidez el cual es calculado de los tensores  $\mathbf{L}$  ( $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{e}$ ) y  $\mathbf{N}$  ( $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{e}$ ) de la ecuación (4.4). Esta versión de la ecuación Hipoplástica necesita para su

utilización la determinación de cinco parámetros adicionales por medio de ensayos triaxiales cíclicos o de columna resonante:  $m_T$ ,  $m_R$ ,  $R$ ,  $\beta_r$  y  $\chi$ .  $m_T$  define el aumento de la rigidez después de un cambio de dirección de la deformación de  $90^\circ$  y  $m_R$  después de un cambio de  $180^\circ$  con respecto al valor obtenido bajo deformación monotónica.  $R$  es el máximo valor de la deformación intergranular.  $\beta_r$  controla la evolución de la deformación intergranular y  $\chi$  la rigidez del material después de un cambio de dirección de la deformación. La representación matemática del tensor  $\mathbf{M}$ ,  $\delta$  y los parámetros de la ecuación son descritos con mayor detalle en Niemunis [107] y Niemunis & Herle [129].

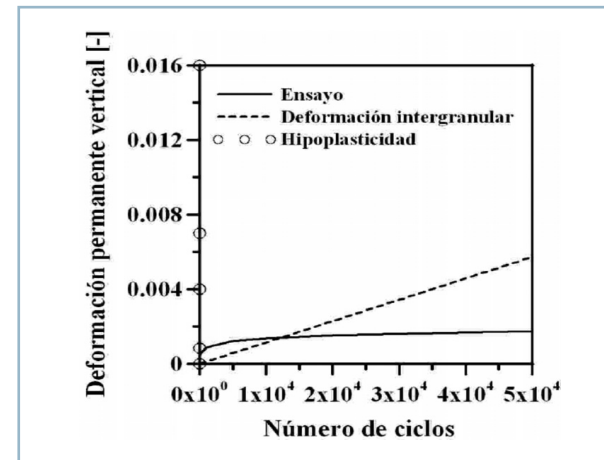


Figura 4.1.- Simulación del ensayo triaxial cíclico No. 8 empleando la ecuación Hipoplástica con y sin deformación intergranular.

Esta versión extendida de la ecuación Hipoplástica tiene como principales desventajas:

- Sus parámetros son de difícil determinación experimental.
- La predicción de la acumulación de la deformación es sobrestimada cuando el número de ciclos de carga es alto.
- Puede ser utilizada para el caso en el cual el material se encuentre en el rango elástico.

### 4.4. Simulación de los ensayos cíclicos empleando una ecuación Hipoplástica extendida

Como ya se mencionó, una de las principales limitaciones de la ecuación constitutiva Hipoplástica de Wolffersdorff [110] (ecuación 4.4) es que sobrestima la deformación que experimentan materiales granulares bajo carga cíclica. Incluso esta limitación es encontrada cuando se emplea la versión extendida con deformación intergranular (ecuación 4.19). Para representar gráficamente esta afirmación, en la Figura (4.1) se presenta la simulación del ensayo 8 (PCC) utilizando ambas ecuaciones. Para la simulación empleando el concepto de deformación intergranular se supuso los valores de  $m_R = m_T = 5$ ,  $R = 1 \times 10^4$ ,  $\beta_r = 0.05$  y  $\chi = 6.0$ . Con estos valores, el material experimenta una muy alta rigidez durante la simulación. Se observa

que la predicción de la deformación utilizando la versión Hipoplástica original y extendida es sobrestimada. A pesar que la introducción del concepto de deformación intergranular en la ecuación remueve parte del exceso de acumulación de la deformación, la predicción de la evolución de la rigidez con el número de ciclos de carga  $N$  no es lo suficientemente precisa (Figura 4.1).

Bauer [131], presenta a través de una envolvente de respuesta (Figura 4.2) la forma como el factor de pincotropía  $f_e$  (ecuación 4.14) influye sobre la evolución de la rigidez en las simulaciones utilizando la ecuación Hipoplástica (una definición y un ejemplo sobre envolventes de respuesta fue descrita en el Capítulo 4.2.1). En la Figura (4.2), Bauer [131] muestra que  $f_e$  causa una expansión proporcional de la envolvente de respuesta a medida que disminuye la relación de vacíos (la rigidez en la simulación incrementa conforme disminuye la relación de vacíos del material). De igual forma que  $f_e$ , el factor  $f_b$  multiplica de manera proporcional los tensores de rigidez  $\mathbf{L}$  y  $\mathbf{N}$ , es decir, la rigidez evoluciona también con la presión media. De lo anterior es obvio pensar que ambos factores controlan en gran medida la rigidez durante las simulaciones.

Para el caso de simulaciones de una material granular bajo carga cíclica el factor  $f_b$  evoluciona desde un valor

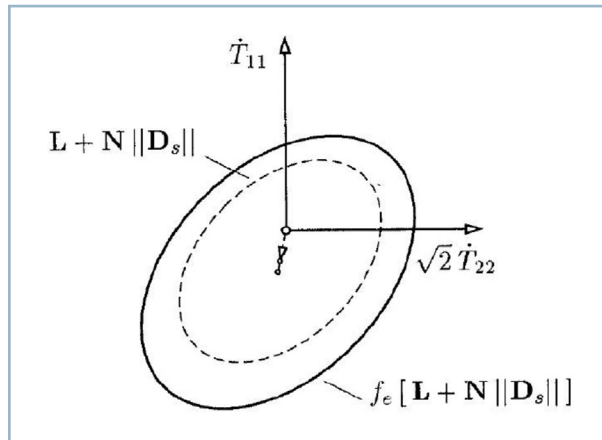


Figura 4.2.- Influencia del  $f_e$  (envolvente de respuesta).

mínimo hasta uno máximo (dependiendo del esfuerzo mínimo y máximo durante la simulación), pero siempre se mantiene en el mismo rango de valores para cada ciclo de carga y descarga.  $f_e$  por el contrario evoluciona ya que en cada ciclo de carga y descarga la relación de vacíos cambia, sin embargo este cambio no es suficiente para describir la forma cómo evoluciona la rigidez con el número de ciclos de carga. Por lo anterior para que la ecuación Hipoplástica (4.4) pueda tener en cuenta la evolución de la rigidez con  $N$ , se propone multiplicar los factores de barotropía y picnotropía mencionados ( $f_s = f_b f_e$ ) por una función escalar denominada *Factor* que evolucione con  $N$  (ecuación 4.20). Como el material experimenta rigidi-

zación en cada ciclo de carga y descarga, inicialmente se propuso una función lineal de evolución para tal fin (ecuación 4.21). Las simulaciones fueron realizadas utilizando el programa MATLAB 7.0.

$$\dot{\mathbf{T}} = \text{Factor} f_s \left[ \frac{1}{\mathbf{T} : \mathbf{T}} (F^2 \mathbf{I} + a^2 \mathbf{T} \mathbf{T}) : \mathbf{D} + f_d \frac{F a}{\mathbf{T} : \mathbf{T}} (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| \right] \quad (4.20)$$

$$\dot{\mathbf{T}} = z N f_s \left[ \frac{1}{\mathbf{T} : \mathbf{T}} (F^2 \mathbf{I} + a^2 \mathbf{T} \mathbf{T}) : \mathbf{D} + f_d \frac{F a}{\mathbf{T} : \mathbf{T}} (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| \right] \quad (4.21)$$

Con  $z$  la ecuación tiene en cuenta la evolución de la rigidez con  $N$  y es un parámetro que depende de la relación  $q_{\max} / \sigma_{3\text{med}}$  y de  $L$  para los ensayos PCC y PCV respectivamente. Como los datos de entrada para las simulaciones son los esfuerzos y los de salida las deformaciones, fue necesario utilizar la “solución inversa” de la ecuación Hipoplástica desarrollada por Niemunis [107] (ecuaciones 4.22 y 4.23).

$$\mathbf{D} = \mathbf{L}^{-1} \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{L}^{-1} \mathbf{N} \|\mathbf{D}\| = \mathbf{A} - \mathbf{B} \|\mathbf{D}\| \quad (4.22)$$

si  $x = \|\mathbf{D}\|$ :

$$x = \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{B}}{\mathbf{B}^T \mathbf{B} - 1} + \sqrt{\left( \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{B}}{\mathbf{B}^T \mathbf{B} - 1} \right)^2 - \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{A}}{\mathbf{B}^T \mathbf{B} - 1}} \quad (4.23)$$

Una simulación de los ensayos empleando la ecuación (4.21) se presenta en la Figura (4.3). Como dato de entrada para la simulación fue necesaria la introducción del estado inicial de deformación en el primer ciclo de carga y descarga obtenido de los resultados experimentales (debido a que en  $z = 0$  la rigidez es nula). Se observa que la predicción de la acumulación de la deformación vertical con  $N$  es mejor

cuando se emplea esta ecuación en comparación con la versión Hipoplástica sin modificar y aquella que utiliza el concepto de deformación intergranular. Sin embargo la reproducción de la curva de evolución de la deformación con  $N$  no es satisfactoria cuando la magnitud del esfuerzo es alta. Para el caso de la deformación volumétrica, la predicción no es buena y por lo general es subestimada.

En la Tabla 4.1 se presentan los valores de  $z$  para cada ensayo y en las Figuras (4.4a y b) la representación gráfica de la evolución de  $z$  con  $L$  y  $q_{\max} / \sigma_{3\text{med}}$  para los ensayos PCV y PCC respectivamente. Se observa en

PCV	$L$ [kPa]	$z$ [-]
1	225	4.6
3	100	3.6
4	144	7.5
5	325	1.0
6	271	2.5

PCC	$q_{\max} / \sigma_{3\text{med}}$ [-]	$z$ [-]
2	1.54	5.3
8	1.20	4.8
9	3.00	1.05
10	2.66	0.7
11	4.15	1.0

Tabla 4.1.- Valores de  $z$ .

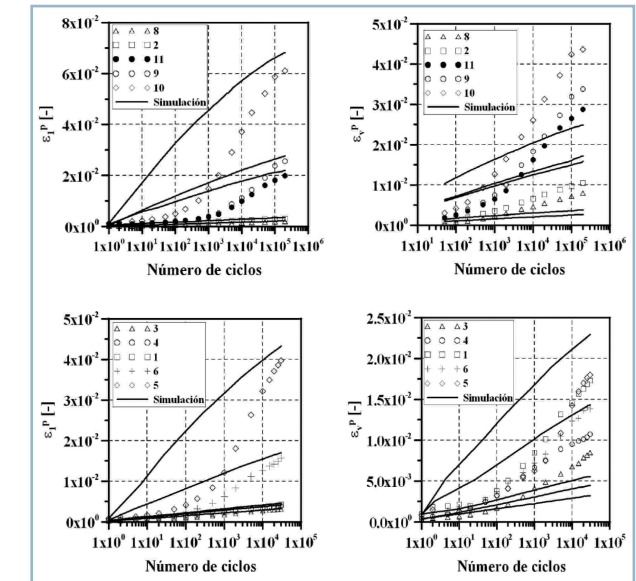


Figura 4.3.- Simulación de los ensayos PCC (gráficas superiores) y PCV (gráficas inferiores) empleando la ecuación (4.21).

la Figura (4.4a) que el valor de  $z$  y por lo tanto la rigidez en los ensayos PCV aumenta con la amplitud del esfuerzo hasta un valor máximo a partir del cual disminuye. Una evolución de  $z$  similar se observa en los ensayos PCC cuando se incrementa  $q_{\max} / \sigma_{3\text{med}}$  (Figura 4.4b). Estos resultados son acordes con la amplia evidencia experimental reportada sobre la evolución de la rigidez con la amplitud del esfuerzo (ver Capítulo 2.4 del documento anexo al presente informe - tesis de doctorado).



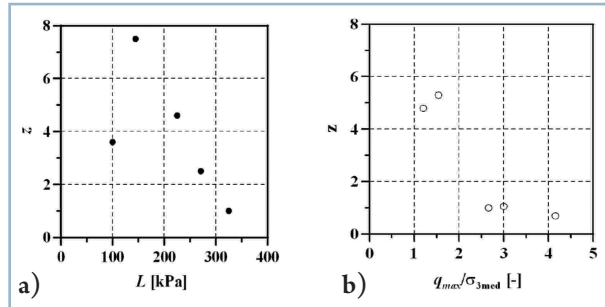


Figura 4.4.- a) Variación de z con L (ensayos PCV), b) Variación de z con  $q_{max}/\sigma_{3med}$  (ensayos PCC).

Para mejorar la predicción de la deformación a altos niveles de esfuerzo, se plantearon diferentes factores de evolución de la rigidez y mediante un procedimiento de ensayo y error se encontró aquel que reportó los mejores resultados (ver ecuación 4.24). Para el caso de la deformación volumétrica es necesario que la ecuación Hipoplástica pueda tener en cuenta que la rigidez que experimentan materiales granulares es anisotrópica. Para tal fin se propone multiplicar las componentes  $L_{2211}$ ,  $L_{2222}$ ,  $L_{2233}$ ,  $L_{3311}$ ,  $L_{3322}$  y  $L_{3333}$  del tensor de rigidez L con un factor de anisotropía que tenga en cuenta la diferencia que existe entre la rigidez vertical y horizontal. Para el caso de las componentes  $L_{1111}$ ,  $L_{1122}$  y  $L_{1133}$ ,  $\lambda = 1$ .

$$\dot{\mathbf{T}} = [A(N)^2 + B \ln(N)] f_s \left[ \frac{1}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} (F^2 \mathbf{I} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{T}}) : \mathbf{D} + f_d \frac{Fa}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| \right] \quad (4.24)$$

A y B son parámetros que dependen de  $\eta = q/p$ .

En las Figuras (4.5a, b, c y d) se presenta la simulación de los ensayos utilizando la ecuación (4.24). Se observa en las figuras una mejor predicción de la deformación permanente vertical y volumétrica cuando se utiliza esta ecuación.

En la Tabla 4.2 se presentan los valores de  $A(N)^2 + B \ln(N)$  para cada uno de los ensayos (con  $N = 3 \times 10^5$ ),

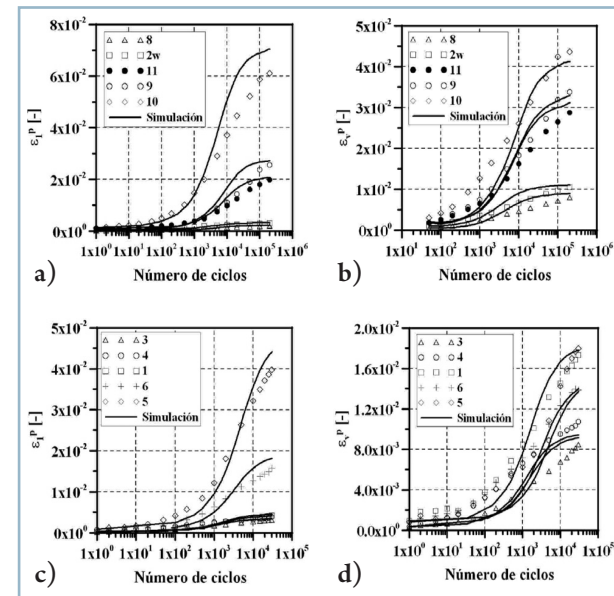


Figura 4.5.- Simulación de los ensayos PCC (gráficas superiores) y PCV (gráficas inferiores) empleando la ecuación (4.24).

PCV	L [kPa]	A [10 <sup>-4</sup> ]	B [-]	A(N) <sup>2</sup> + B ln(N) [10 <sup>5</sup> ]	λ [-]
1	225	2.7	200	2.45	0.48
3	100	2.7	100	2.44	0.62
4	144	4.0	200	3.62	0.44
5	325	0.46	200	0.43	2.0
6	271	1.1	200	0.92	1.1
PCC	$q_{max}/\sigma_{3med}$ [-]	A [10 <sup>-5</sup> ]	B [-]	A(N) <sup>2</sup> + B ln(N) [10 <sup>4</sup> ]	λ [-]
2	1.54	8.5	200	7.86	0.48
8	1.20	6.0	200	5.61	0.51
9	3.00	0.35	100	0.42	0.48
10	2.66	0.50	100	0.55	0.55
11	0.92	0.40	100	0.46	0.52

Tabla 4.2.- Tabla 4.2: Valores de A, B, A(N)<sup>2</sup> + B ln(N) y λ.

y en las Figuras (4.6a y b) la representación gráfica de la evolución de  $A(N)^2 + B \ln(N)$  con L y  $q_{max}/\sigma_{3med}$  para los ensayos PCV y PCC respectivamente. Se observa en las Figuras (4.6a y b) una tendencia similar a la presentada y descrita en las Figuras (4.4a y b). Además se observa en la simulación que la rigidez que experimentó el material granular en los ensayos PCV fue mayor en comparación con los PCC tal como fue presentado en la Figura (3.37) de los resultados experimentales.

Como ya se mencionó, λ es un parámetro que controla la relación entre la rigidez vertical y horizontal.

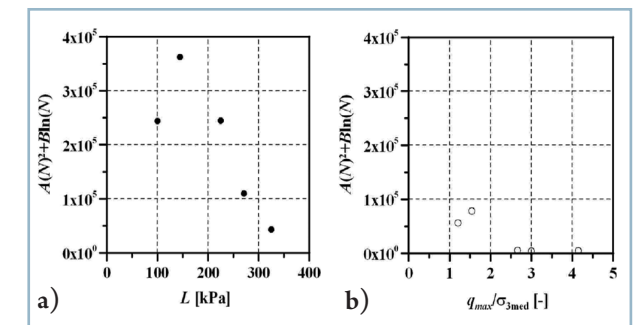


Figura 4.6.- a) Variación de  $A(N)^2 + B \ln(N)$  con L (ensayos PCV), b) Variación de  $A(N)^2 + B \ln(N)$  con  $q_{max}/\sigma_{3med}$  (ensayos PCC).

# Capítulo 5

Para el caso de los ensayos PCC los valores de  $\lambda$  se encuentran en un rango entre 0.48 y 0.55 (Figura 4.7b) lo cual indica que la rigidez vertical es mayor que la horizontal ya que  $\lambda = 1$  para las componentes  $L_{1111}$ ,  $L_{1122}$  y  $L_{1133}$  del tensor  $L$ . Estos valores de  $\lambda$  son acordes con la amplia evidencia experimental reportada en la literatura de referencia (ver Capítulo 2.4 del documento anexo al presente informe - tesis de doctorado [43]). En los ensayos PCV el valor de  $\lambda$  se encuentra en un rango entre 0.48 y 0.62 para  $L = 100$ , 144 y 225 kPa. Cuando la amplitud del esfuerzo incrementa ( $L=271$  y 325 kPa), el valor de  $\lambda$  alcanza valores superiores a 1.0 tal como se observa en la Figura (4.7a), lo cual significaría que la rigidez horizontal es mayor que la vertical para este rango de esfuerzo. Tal vez este incremento es debido al cambio de dirección que experimenta la deformación radial

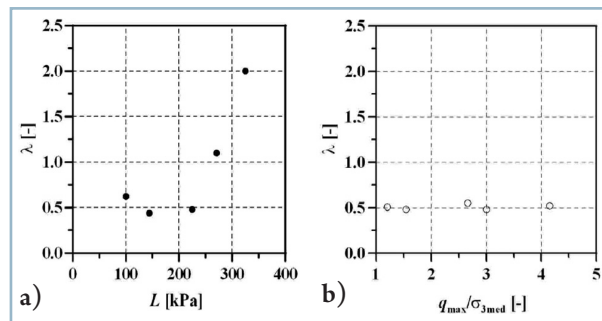


Figura 4.7.- a) Variación de  $\lambda$  con  $L$  (ensayos PCV), b) Variación de  $\lambda$  con  $q_{max}/\sigma_{3med}$  (ensayos PCC).

cuando la amplitud del esfuerzo es alta (ver Figuras 3.30a, b). Es decir,  $\lambda$  podría controlar no solamente la diferencia entre la rigidez vertical y horizontal. Para obtener una descripción física más detallada del parámetro  $\lambda$  es necesario realizar un programa de ensayos con trayectorias de esfuerzos adicionales a las que se realizaron en el presente estudio.

Algunas limitaciones de la ecuación (4.24) son:

- La obtención de los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $\lambda$  es de difícil determinación numérica.
- Para obtener un significado físico más preciso del parámetro  $\lambda$  es necesario el desarrollo de otro programa de ensayos.
- El tiempo computacional para simular los ciclos de carga y descarga es alto cuando el número de ciclos es elevado.
- La predicción de la deformación resiliente es subestimada. Una forma de mejorar esta predicción puede estar en la modificación del tensor  $N$  ya que éste controla el comportamiento inelástico del material durante la simulación.
- A diferencia de la versión Hipoplástica de Wolffersdorff [110], la presente versión modificada necesita como dato de entrada para las simulaciones introducir un estado inicial de deformación.

## Conclusiones

En la presente investigación se realizaron diferentes ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV) sobre un material granular no tratado cuya granulometría es acorde a la recomendada por el Instituto Nacional de Vías [10] para materiales de base en pavimentos flexibles. Basados en estudios realizados desde la década de los 70's, la ingeniería de pavimentos supone que el comportamiento de este tipo de materiales en estos ensayos es similar, sin embargo el alcance de estos estudios no es suficiente para confirmar tal afirmación. Por lo anterior, el objetivo del programa experimental fue comparar la respuesta que experimenta el material granular en ambos ensayos cuando el promedio de esfuerzos ( $p_{med}$ ,  $q_{med}$ ) y la amplitud de los esfuerzos desviadores ( $q_{ampl}$ ) son los mismos. El estudio demuestra que en general, el material experimentó diferente acumulación de la deformación. Sin embargo, bajo algunas trayectorias de esfuerzos, las componentes verticales y volumétricas de acumulación de la deformación fueron iguales (p.e., la deformación vertical cuando las amplitudes de carga son altas).

Para el diseño de pavimentos, la deformación permanente vertical es la componente más importante de la

deformación. Para pequeños valores de  $\eta_{ampl} = q_{ampl}/p_{ampl} = 0.75$ , este tipo de deformación fue mayor en los ensayos PCV que en los correspondientes ensayos PCC, independientemente de la amplitud de esfuerzo aplicado al material. Cuando se aplicaron valores intermedios de  $\eta_{ampl} = 1.125$  la deformación permanente en ambos ensayos fue similar. De la misma forma, el material experimentó igual acumulación de la deformación vertical cuando se aumentó la inclinación de la trayectoria ( $\eta_{ampl} = 1.5$ ) y se combinaba con amplitudes de esfuerzo altas, pero para el caso de amplitudes pequeñas, el material desarrolló mayor deformación en los ensayos PCC que en los PCV. De lo anterior se concluye que dependiendo de las amplitudes y de la inclinación de las trayectorias de esfuerzo, el material experimenta diferentes respuestas esfuerzo-deformación.

Una conclusión similar a la anterior fue obtenida cuando se analizó la evolución de la acumulación de la deformación volumétrica y de la dirección de la deformación en ambos ensayos. Cuando  $\eta_{ampl} = 0.75$  el material experimenta mayor acumulación de la deformación volumétrica en ensayos PCV. Para valores superiores de  $\eta_{ampl}$  el comportamiento fue

opuesto, especialmente cuando el número de ciclos es elevado. Para  $\eta_{ampl} = 0.75$  la dirección de la acumulación de la deformación  $\varepsilon_q^p = \varepsilon_v^p$  es similar en los ensayos PCV y PCC. En  $\eta_{ampl} = 1.125$  y  $1.50$  el material experimenta mayor  $\varepsilon_q^p = \varepsilon_v^p$  en ensayos PCV cuando la amplitud del esfuerzo es alta. Cuando  $\eta_{ampl} = 1.50$  y la amplitud del esfuerzo es pequeña, la dirección de la acumulación es mayor en ensayos PCC.

En un pavimento los valores de  $\eta$  por lo general son pequeños. En este rango de valores de esfuerzo, los ensayos PCC subestiman la deformación que experimenta el material granular en comparación con los ensayos PCV. A pesar de lo anterior, la ingeniería de pavimentos calibra sus modelos matemáticos para intentar predecir la acumulación de la deformación, a partir de los resultados obtenidos de ensayos PCC. Por otro lado, es importante tener en cuenta que ambos ensayos no pueden reproducir la componente cíclica de esfuerzo de corte y por tal motivo es necesario realizar estudio adicionales en donde se pueda comparar la influencia de las tres componentes (vertical, horizontal y de corte) aplicadas simultáneamente al material.

El comportamiento resiliente que experimentó el material granular depende principalmente de la suma de esfuerzos principales máxima  $\theta_{max} = \sigma_{1max} + 2\sigma_{3max}$ , de la amplitud de la inclinación de la trayectoria de

esfuerzo  $\eta_{ampl}$  y del esfuerzo desviador máximo  $q_{max}$  aplicado. El material experimentó mayor rigidez bajo trayectorias de esfuerzos PCV cuando  $\theta_{max}$  es pequeño. Para poder comparar los resultados de ensayos PCC con PCV bajo altos valores de  $\theta_{max}$  son necesarios ensayos adicionales los cuales deben ser realizados en el futuro. Adicionalmente se debe planificar un programa de ensayos tendiente a evaluar la influencia del efecto de penetración de la membrana sobre la medición de la deformación radial resiliente  $\varepsilon_{3r}$ .

Ensayos cíclicos adicionales fueron realizados con el fin de evaluar la influencia que tiene la frecuencia de carga y la geometría de las muestras sobre el comportamiento del material. Los resultados muestran que dicha influencia es mínima cuando se realizan ensayos con frecuencias entre los 0.05 Hz y 1.0 Hz. La misma conclusión fue obtenida cuando se ensayó el material con muestras prismáticas de sección cuadrada de 8.7 x 8.7 cm y altura de 18 cm, y cilíndricas con radio de 5 cm y alturas de 10 y 20 cm.

Las simulaciones de los ensayos monotónicos y triaxiales cíclicos fueron realizadas empleando la versión original y una versión modificada de la ecuación constitutiva Hipoplástica respectivamente. Para tal fin se desarrolló un programa Element-test. Los parámetros de la ecuación original y modificada fueron obtenidos por medio de ensayos índices, edométricos

bajo carga monotónica, y triaxiales bajo carga monotónica y cíclica, con el material en estado denso y suelto. Las simulaciones realizadas muestran la amplia capacidad que tiene la ecuación para reproducir el comportamiento que el material granular experimentó en esos ensayos. Para las simulaciones bajo carga cíclica, como el material experimenta rigidización en cada ciclo de carga y descarga, se propuso que los factores de barotropía y picnotropía de la versión original de la ecuación Hipoplástica se multiplicaran por un factor escalar que rigidizara la misma. La ecuación modificada es el primer intento

para mejorar la versión original y no debe ser considerada como una versión definitiva. La ecuación modificada subestima los valores de deformación resiliente y requiere la introducción de un estado inicial de deformación para las simulaciones.

Además requiere introducir a la versión original de la ecuación, tres parámetros adicionales los cuales son obtenidos por medio de regresión. Para obtener un significado físico más preciso de los parámetros y una versión más elegante de la ecuación es necesario realizar mayor investigación sobre el tema.



# Bibliografía

## Referencias

- [1] Shell International Petroleum Company. *Shell Pavement Design Manual, Asphalt Pavement and Overlays for Road Traffic*. London, 1978.
- [2] TAI-The Asphalt Institute. *Research and Development of the Asphalt Institutes Thickness Design Manual MS 1, 9th Ed.* College Park, Md., 1982.
- [3] AASHTO-American Association of State Highway and Transportation Officials. *Guide for Design of Pavement Structures*. Washington, D.C., 1986.
- [4] AASHTO-American Association of State Highway and Transportation Officials. *Guide for Design of Pavement Structures*. Washington, D.C., 1986.
- [5] DMRB-Design Manual for Roads and Bridges, Vol 7, HD 25/94, part 2, Foundations. HMSO, 1994.
- [6] Transport Research Laboratory. *A Guide to the Structural Design of Bitumen Surfaced Roads in Tropical and Sub-tropical Countries, Draft 4th edition*, 1993.
- [7] AUSTRROADS. *Pavement Design, A Guide to the Structural Design of Road Pavement*. Austroads, Sydney, Australia, 1992.
- [8] Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño de Pavimentos Asfálticos en vías con Bajos, Medios y Altos volúmenes de Tránsito*. Bogotá D.C., Colombia, 2002.
- [9] Instituto de Desarrollo Urbano y Universidad de Los Andes. *Manual de Diseño de Pavimentos para Bogotá*. Bogotá D.C., Colombia, 2002.
- [10] Instituto Nacional de Vías. *Especificaciones Generales para Construcción de Carreteras*. Bogotá D.C., Colombia, 2002.
- [11] P. A. Garnica, L. J. Gómez, and M. J. Sesma. *Mecánica de Materiales para Pavimentos*. Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCI) - Instituto Mexicano del Transporte (IMT), Sanfandila, México, 2002. Publicación Técnica 197.
- [12] R. D. Barksdale. Laboratory evaluation of rutting in basecourse materials. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements*, volume 1, pages 161-174, 1972.
- [13] S. Werkmeister, A. Dawson, and F. Wellner. Permanent deformation behaviour of granular materials and the Shakedown concept. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1757):75-81, 2001.
- [14] Tong Li and R. L. Baus. Nonlinear parameters for granular base materials from plate tests. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131(7): 907-913, 2005.
- [15] R. G. Hicks and C. L. Monismith. Prediction of the resilient response of pavements containing granular layers using non-linear elastic theory. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements*, volume 1, pages 410-429, 1972.
- [16] H. R. Boyce. A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading. In *Proceedings International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, volume 1, pages 285-294, Swansea, U.K., 1980.
- [17] F. Tatsuoka, M. Ishiara, T. Uchimura, and A. Gomes Correia. Non-linear resilient behaviour of unbound granular materials predicted by the Cross-Anisotropic Hypo-Quasi-Elasticity Model. In *Unbound Granular Materials, Laboratory testing, Insitu testing and modelling*, pages 197-206, Rotterdam, 1999. Gomes Correia, A. (Ed.), A.A. Balkema.
- [18] F. Lekarp, I. Ulf, and A. R. Dawson. State of the art. I: Resilient response of unbound aggregates. *Journal of Transportation Engineering*, 126(1):66-75, 2000.
- [19] S. F. Brown and J. W. Pappin. Analysis of pavements with granular bases. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (810):17-23, 1981.
- [20] M. Karasahin, A. R. Darson, and J. T. Holden. Applicability of resilient constitutive models of granular materials for unbound base layers. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1406):98-107, 1993.
- [21] COST 337. *Unbound Granular Materials for Road Pavements, Final Report of the Action*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 2000.
- [22] S. Werkmeister. *Permanent Deformation Behaviour of Unbound Granular Materials in Pavement Constructions*. PhD thesis, University of Technology, Dresden, 2003.
- [23] A. M. Rahim and K. P. George. Models to estimate subgrade resilient modulus for pavement design. *The International Journal of Pavement Engineering*, 6(2):89-96, 2005.
- [24] E. Taciroglu and K. D. Hjelmstad. Simple nonlinear model for elastic response of cohesionless granular materials. *Journal of Engineering Mechanics*, 128:969-978, 2002.
- [25] S. F. Brown and P. S. Pell. An experimental investigation of the stresses, strains and deflections in a layered pavement structure subjected to dynamic loads. In *Proc., 2nd Int. Conf. Struct.Des.of Asphalt Pavements*, pages 487-504, 1967.
- [26] P. Hornych, A. Kazai, and J.-M. Piau. Study of the resilient behaviour of unbound granular materials. In *Proc. BCRA 98*, volume 3, pages 1277-1287. Trondheim, Nordal & Refsdal editors, 1998.
- [27] E. Tutumluer and M. R. Thompson. Anisotropic modelling of granular bases in flexible pavements. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1577):18-26, 1997.
- [28] A. Adu-Osei, D. N. Little, and R. L. Lytton. Cross-anisotropic characterization of unbound granular materials. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1757):82-91, 2001.
- [29] P.-Y. Hicher and C. S. Chang. Anisotropic nonlinear elastic model for particulate materials. 132(8):1052-1061.
- [30] I. Hoff and R. S. Nordal. Constitutive model for unbound granular materials based in hyperelasticity. In *Unbound Granular Materials, Laboratory testing, Insitu testing and modelling*, pages 187-196, Rotterdam, 1999. Gomes Correia, A. (Ed.), A.A. Balkema.
- [31] G. T. Sweere. *Unbound Granular Bases for Roads*. PhD thesis, University of Delft, Netherlands, 1990.
- [32] F. Lekarp, I. Ulf, and A. R. Dawson. State of the art. II: Permanent strain response of unbound aggregates. *Journal of Transportation Engineering*, 126(1):76-83, 2000.
- [33] A. K. Lashine, S. F. Brown, and P. S. Pell. Dynamic properties of soils. Technical report, Department of Civil Engineering, University of Nottingham (England).
- [34] G. Gidel, P. Hornych, J. Chauvin, D. Breyse, and A. Denis. A new approach for investigating the permanent deformation behavior of unbound granular material using the repeated load triaxial apparatus. In *Bulletin Des Laboratoires Des Ponts et Chaussées*, pages 5-21, 2001.
- [35] H. Wolff and A. T. Visser. Incorporating Elasto - Plasticity granular layers pavement design. *Proc. Instn. Civil Engineering Transportation*, (105):259-272, 1994.



- [36] P. Hicher, A. Daouadji, and D. Fedghouche. Elastoplastic modelling of the cyclic behaviour of granular materials. In *Unbound Granular Materials, Laboratory testing, Insitu testing and modelling*, pages 161-168, Rotterdam, 1999. Gomes Correia, A. (Ed.), A.A. Balkema.
- [37] K. W. Hau, G. R. McDowell, G. P. Zhang, and S. F. Brown. *The application of a Three-Surface Kinematic Hardening Model to repeated loading of thinly surfaced pavements*. Granula Matter, (7):145-156, 2005.
- [38] C. Chazallon. An elastoplastic model with kinematic hardening for unbound aggregates in roads. In *Unbound Aggregates in Road Construction*, UNBAR 5, pages 265-270, Rotterdam, 2000. Dawson editor, Balkema.
- [39] H. Wolff. *Elasto-plastic modelling of granular layers*. Technical report, Department of Transport, South Africa, 1992. Research Report RR92/312.
- [40] Y. Takeuchi, M. Koyanagawa, T. Maki, T. Nishizawa, and K. Endo. Fundamental study on permanent deformation analysis of granular base course material using Elasto-Plastic model. In *Proc., of the 6th International Symposium on Pavements Unbound*, pages 69-78, 2004.
- [41] T. Habiballah, C. Chazallon, and P. Hornych. Simplified model based on the shakedown theory for flexible pavements. In *Proc., of the 6th International Symposium on Pavements Unbound*, pages 191-198, 2004.
- [42] T. Habiballah and C. Chazallon. An Elastoplastic model based on the Shakedown concept for flexible pavements unbound granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 29:577-596, 2005.
- [43] H. A. Rondón. Comportamiento de un material granular no tratado en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV). Tesis de Doctorado en Ingeniería, Universidad de Los Andes, Bogotá D.C. (Colombia), 2008.
- [44] S. F. Brown. *Soil mechanics in pavement engineering*. Géotechnique, The 36th Rankine Lecture of the British Geotechnical Society, 46(3):383-426, 1996.
- [45] J. Uzan. Granular material characterization for mechanistic pavement design. *Journal of Transportation Engineering*, 125:108-113, 1999.
- [46] F. Lekarp, I. R. Richardson, and A. Dawson. Influences on permanent deformation behavior of unbound granular materials. Transportation Research Record, *Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1547):68-75, 1996.
- [47] I. F. Collins and M. Boulbibane. Geomechanical analysis of unbound pavements based on Shakedown theory. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126:50-59, 2000.
- [48] S. Werkmeister, R. Numrich, A. Dawson, and F. Wellner. Deformation behaviour of granular materials under repeated dynamic load. *Journal of Environmental Geomechanics*, pages 215-223, 2002.
- [49] A. R. Dawson. Cumulative damage and its applicability to low volume road pavements. In *Internationales Kolloquium Prüfung, Bewertung und Bemessung von Straßenbefestigungen*, Technische Universität Dresden, April 2003.
- [50] A. R. Dawson, M. J. Mundy, and M. Huhtala. European research into granular material for pavement bases and sub-bases. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1721):91-99, 2000.
- [51] P. A. Garnica and L. J. Gómez. *Deformaciones Permanentes en Materiales Granulares para la Sección Estructural de Carreteras*. Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCI) - Instituto Mexicano del Transporte (IMT), Sanfandila, México, 2001. Publicación Técnica 176.
- [52] P. A. Cundall. BALL, A program to model granular media using the Distinc Element Method. Technical report, Technical Note, Advanced Technology Group, Dames & Moore, London, 1978.
- [53] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1):47-65, 1979.
- [54] R. García-Rojo, F. Alonso-Marroquín, and H. J. Herrmann. Characterization of the material response in the granular ratcheting. Technical report, Institute for Computer Applications 1, University of Stuttgart (Germany), 2005.
- [55] R. García-Rojo and H. J. Herrmann. Shakedown of unbound granular material. Technical report, Institute for Computer Applications 1, University of Stuttgart (Germany), 2004.
- [56] F. Alonso-Marroquín and H. J. Herrmann. Ratcheting of granular materials. *The American Physical Society*, 92(5), 2004.
- [57] Sung-Hee Kim, Dallas N. Little, and Eyad. Masad. Simple methods to estimate inherent and stress-induced anisotropy of aggregate base. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1913):24-31, 2005.
- [58] W. E. I. Khogali and M. Zeghal. On the resilient behaviour of unbound aggregates. In *Unbound Aggregates in Road Construction*, pages 29-34, Nottingham, England, 2000.
- [59] W. E. I. Khogali and M. Zeghal. A comprehensive system for characterising granular materials: Providing material input for pavement design. In *Annual Conference of the Transportation Association of Canada*, 2003.
- [60] M. Zeghal. A discrete element study of the resilient behavior of granular materials. In *ASCE 14th Engineering Mechanics Conference*, Austin TX, May 2000.
- [61] M. Zeghal. Effect of compaction on the resilient behaviour of granular materials: an analytical study. In *16th ASCE Engineering Mechanical Conference, University of Washington, Seattle*, 2003.
- [62] M. Zeghal. Discrete-Element Method investigation of the resilient behavior of granular materials. *Journal of Transportation Engineering*, 130:503-509, 2004.
- [63] F. Alonso-Marroquín, R. Garcia-Rojo, and H. J. Herrmann. Micromechanical investigation of granular ratcheting. In *Proceedings of the International Conference on Cyclic Behavior of Soils and Liquefaction Phenomena*, pages 3-9. Bochum (Germany), 2004.
- [64] P. Ullidtz. Analytical tools for design of flexible pavements. In *9th International Conference on Asphalt Pavements*, International Society for Asphalt Pavements, Denmark, 2002.
- [65] G. Saussine, Chalet C., P. E. Gautier, F. Dubois, C. Bohatier, and J. J. Moreau. Modelling ballast under cyclic loading using Discrete Element Methods. In *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena*, Proc. of CBS04, pages 649-658, Bochum (Germany), 2004. Gomes Correia, A. (Ed.), A.A. Balkema.
- [66] Ministerio de Transporte-Oficina de Planeación. *Diagnóstico del Sector Transporte*. Bogotá D.C., Colombia, 2006.
- [67] N. W. Lister. The transient and long term performance of pavements in relation to temperature. In *Proc. 3rd. Int. Conf. on Structural Design of Asphalt Pavements*. University of Michigan, Ann Arbor, 1972.
- [68] R. Bonaquist. Summary of pavement performance test using the Accelerated Loading Facility, 1986-1990. *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Washington, D.C., (1354):74-85, 1992.
- [69] P. H. Little. *The Design of Unsurfaced Roads Using Geosynthetics*. PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Nottingham, 1993.

- [70] A. C. Collop, D. Cebon, and M. S.A Hardy. Viscoelastic approach to rutting in flexible pavements. *Journal of Transportation Engineering*, 121(1):82-93, 1995.
- [71] B. D. Pidwerbesky. *Fundamental Behaviour of Unbound Granular Pavements Subjected to Various Loading Conditions and Accelerated Trafficking*. PhD thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1996.
- [72] A. R. Archilla and S. Madanat. Estimation of rutting models by combining data from different sources. *Journal of Transportation Engineering*, 127(5):379-389, 2002.
- [73] T. Ingason, L. G. Wiman, and H. Haraldsson. HVS testing of Iceland low volume road structures. In *ISAP, 9th International Conference on Design of Asphalt Pavements*, 2002.
- [74] S. Erlingsson. Mechanistic pavement design methods - A road to better understanding of pavement performance. In *Via Nordica 2004, 19th Road Congress, C8: Berekraftige vegkonstruksjonar*, 2004.
- [75] S. Erlingsson and T. Ingason. Performance of two thin pavement structures during accelerated pavement testing using a Heavy Vehicle Simulator. In *2nd International Conferences on Accelerated Pavement Testing*. University of Minnesota, 2004.
- [76] Ministerio de Transporte-Oficina de Planeación. *Parque Automotor de Transporte de Carga en Colombia*. Bogotá D.C., Colombia, 2000.
- [77] Ministerio de Transporte-Oficina de Planeación. *El Transporte en Cifras*. Bogotá D.C., Colombia, 2004.
- [78] Instituto de Hidrología Meteorología y Estudios Ambientales de Colombia. *Primera Comunicación Nacional ante la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático*. Bogotá D.C., Colombia, 2001.
- [79] Ministerio de Transporte, Instituto Nacional de Vías, and Centro de Investigaciones en Materiales y Obras Civiles de la Universidad de Los Andes. Evaluación del efecto del incremento en los pesos brutos de los camiones C2 y C3 en la vida útil de las vías de la Red Vial Nacional de Colombia. Technical report, INVIAS, Bogotá, 2003.
- [80] Instituto Nacional de Vías. *Normas de Ensayos de Materiales para Carreteras*. Bogotá D.C., Colombia, 2002.
- [81] R. W. Lentz and G. Y. Baladi. A simplified procedure to characterize permanent strain in sand subjected to cyclic loading. In *International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*. Swansea, Rotterdam, Netherlands, 1980.
- [82] S. F. Brown and E. T. Selig. *The Design of Pavement and Rail Track Foundations. Cyclic Loading of Soils*, chapter 6, pages 249-305. Cyclic Loading of Soils: From Theory to Design, Blackie and Sons Ltda., London; Van Nostrand Reinhold, New York, USA., 1991.
- [83] G. Gidel, D. Breyse, and A. Denis. Modeling the unbound granular material long term behavior. In *15th ASCE Engineering Mechanics Conference*. Columbia University, New York, 2002.
- [84] W. P. Núñez, R. Malysz, J. A. Ceratti, and W. Y. Y. Gehling. Shear strength and permanent deformation of unbound aggregates used in Brazilian pavements. In *Proc. of the 6th International Symposium on Pavements Unbound*, pages 23-31, 2002.
- [85] J. Balay, C. Gomes, P. Jouve, P. Hornych, and J.-L. Paute. Mechanical behaviour of soils and unbound granular materials, modelling of flexible pavements, recent advances. In *Proceedings 8th International Conference on Asphalt Pavements*, volume 1, pages 823-842, 1997.
- [86] P. Kumar, S. Chandra, and R. Vishal. Comparative study of different subbase materials. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 18(4):576-580, 2006.
- [87] W. Heukelom and C. R. Foster. Dynamic testing of pavements. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 86(SM1):1-28, 1960.
- [88] W. Heukelom and A. J. G. Klomp. Dynamic testing as a means of controlling pavements during and after construction. In *Proc., of 1st International Conference on Structural Design of Asphalt Pavements*, 1962.
- [89] C. Rada and W. M. Witczak. Comprehensive evaluation of laboratory resilient moduli results for granular materials. *Transportation Research Record, Transportation Research Board, Washington, D.C.*, (810):23-33, 1981.
- [90] M. Zaman, D. Chen, and J. Laguros. Resilient moduli of granular materials. *Journal of Transportation Engineering*, 120(6):967-988, 1994.
- [91] G. R. McDowell and K. W. Hau. The use of a kinematic hardening model for estimating subgrade stiffness in layered-elastic analyses. *International Journal of Pavement Engineering*, 5:53-59, 2004.
- [92] P. A. Garnica, G. N. Pérez, and L. A. Gomes. *Módulo de Resiliencia en Suelos Finos y Materiales Granulares*. Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCI) - Instituto Mexicano del Transporte (IMT), Sanfandila, México, 2001. Publicación Técnica 142.
- [93] Fredy A. Reyes Lizcano. *Diseño Racional de Pavimentos*. Pontificia Universidad Javeriana y Escuela Colombiana de Ingeniería, Bogotá D.C., Colombia, 1 edition, 2003.
- [94] A. Sawangsurriya and T. B. Edil. Evaluating stiffness and strength of pavement materials. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Geotechnical Engineering*, 158(GE4):217-230, 2005.
- [95] W. D. Powell, J. F. Potter, H. C. Mayhew, and M. E. Nunn. *The Structural Design of Bituminous Roads*. Transportation and Road Research Laboratory, Report 1132, Crowthorne, 1984. Publicación Técnica 142.
- [96] S. F. Brown and M. P. O Reilly. The relationship between California bearing ratio and elastic stiffness for compacted clays. *Ground Engineering*, pages 27-31, 1990.
- [97] L. Woojin, N. C. Bohra, A. G. Altschaefel, and T. D. White. Resilient modulus of cohesive soils and the effect of freeze-thaw. *Canadian Geotechnical Journal*, 32(4):559-568, 1995.
- [98] L. Woojin, N. C. Bohra, A. G. Altschaefel, and T. D. White. Resilient modulus of cohesive soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(2):131-136, 1997.
- [99] N. H. Thom and A. R. Dawson. The permanent deformation of a granular material modelled using Hollow Cylinder Testing. In *Flexible Pavement*, pages 65-78, Rotterdam, 1996. Gomes Correia, A. (Ed.), A.A. Balkema.
- [100] J.-L. Paute, P. Hornych, and J. P. Benaben. Repeated load triaxial testing of granular materials in the French network of Laboratoires des Ponts et Chaussées. In *Flexible Pavement*, pages 53-64, Rotterdam, 1996. Gomes Correia, A. (Ed.), A.A. Balkema.
- [101] J. B. Metcalf. Application of full-scale accelerated pavement testing. Technical report, Transportation Research Board, Washington D.C., NCHRP, 1996. Synthesis of Highway Practice 235.
- [102] S. F. Brown. Accelerated pavement testing in highway engineering. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 157(TR3):173-180, 2004.
- [103] *Proceeding of the International Conference on Accelerated Pavement Testing*, Reno, 1999.
- [104] *Proceeding of the International Conference on Accelerated Pavement Testing*, Minnesota, 2004.
- [105] I. Herle. *Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngrößen*. PhD thesis, Schriftenreihe des Institutes für

- Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericana in Karlsruhe, 1997.
- [106] I. Herle and G. Gudehus. Determination of parameters of a Hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies. *4(5)*:461-486.
- [107] A. Niemunis. Extended Hypoplastic models for soils. Technical report, Politechnika Gdńska, 2003. Habilitation, Monografía 34.
- [108] I. Herle. Granulometric limits of Hypoplastic models. *Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Czech Academy of Sciences, Prosecká, Task Quarterly, Scientific Bulletin of Academic Computer Centre in Gdansk, 4(3)*:389-408, 2000.
- [109] A. SchÄunemann. *Numerische Modelle zur Beschreibung des Langzeitverhaltens von Eisenbahnschotter unter alternierender Beanspruchung*. PhD thesis, Schriftenreihe des Institutes fÄur Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericana in Karlsruhe, 2006.
- [110] P.-A. Wolffersdorff. A Hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive and Frictional Materials, 1*:251-271, 1996.
- [111] A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. On the definition of the fatigue loading for sand. In *International Workshop on Constitutive Modelling-Development, Implementation, Evaluation, and Application*, Hong Kong, 2007.
- [112] H. A. Rondón, T. Wichtmann, Th. Triantafyllidis, and A. Lizcano. Hypoplastic material constants for a well-graded granular material (UGM) for base and subbase layers of flexible pavements. *Acta Geotechnica, 2(2)*:113-126, 2007.
- [113] S. F. Brown and A. F. L. Hyde. Significance of cyclic confining stress in repeated-load triaxial testing of granular material. *Transportation Research Record, Transportation Research Board, Washington, D.C., (537)*:49-58, 1975.
- [114] I. V. Kalcheff and R. G. Hicks. A test procedure for determining the resilient properties of granular materials. *1(6)*:472-479.
- [115] J. J. Allen and M. R. Thompson. Resilient response of granular materials subjected to time-dependent lateral stresses. *Transportation Research Record, Transportation Research Board, Washington, D.C., (510)*:1-13, 1974.
- [116] H. L. Theyse. Stiffness, strength, and performance of unbound aggregate materials: Application of South African HVS and laboratory results to California flexible pavements. Technical report, Transportation Research Board, A3B05: Committee on Safety Data, Analysis, and Evaluation, University of California, 2002. Report produced under the auspices of the California Partnered Pavement Research Program for the California Department of Transportation.
- [117] S. F. Brown. Repeated load testing of a granular material. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, 100(7)*:825-841, 1974.
- [118] N. H. Thom and S. F. Brown. Effect of moisture on the structural performance of a crushed-limestone road base. *Transportation Research Record, Transportation Research Board, Washington, D.C., (1121)*:50-56, 1987.
- [119] J. R. Boyce. *The Behaviour of a Granular Material under Repeated Loading*. PhD thesis, University of Nottingham, 1976.
- [120] T. Wichtmann, A. Niemunis, and Th. Triantafyllidis. Strain accumulation in sand due to drained uniaxial cyclic loading. In *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04*, pages 233-246, Bochum (Germany), 2004.
- [121] T. L. Youd. Compaction of sands by repeated shear straining. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 98(SM7)*:709-725, 1972.
- [122] M. J. Shenton. Deformation of railway ballast under repeated loading conditions. *Railroad Track Mechanics and Technology*, pages 405-425, 1978.
- [123] T. Kokusho, T. Hara, and R. Hiraoka. Undrained shear strength of granular soils with different particle gradations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 130(6)*:621-629, 2004.
- [124] T. Wichtmann. *Explicit Accumulation Model for Non-cohesive Soils under Cyclic Loading*. PhD thesis, Institutes fÄur Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr - Universität Bochum, 2005.
- [125] A. S. J. Suiker, E. T. Selig, and R. Frenkel. Static and cyclic triaxial testing of ballast and subballast. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 131(6)*:711-782, 2005.
- [126] G. Baldi and R. Nova. Membrane penetration effects in triaxial testing. *Journal of Geotechnical Engineering, 110(3)*:403-420, 1984.
- [127] P. G. Nicholson, R. B. Seed, and H. A. Anwar. Elimination of membrane compliance in undrained triaxial testing, part II: Mitigation by injection-compensation. *Canadian Geotechnical Journal, 30(5)*:739-746, 1993.
- [128] D. Kolymbas. *Introduction to Hypoplasticity*. University of Innsbruck, Institute of Geotechnics and Tunnelling, 2000.
- [129] A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive frictional Materials, 4(2)*:279-299, 1997.
- [130] A. Niemunis, K. Nuebel, and Ch. Karcher. The consistency conditions for density limits of hypoplastic constitutive law. In *Publications of TASK*, Gdansk, pages 412-420, 2000.
- [131] E. Bauer. Calibration of comprehensive Hypoplastic model for granular materials. *Soils and Foundations, 36(1)*:13-26, 1996.

Editado en Madrid,  
24 de noviembre de 2010

ISBN: 978-84-89875-90-6



